Álgebra Linear - 2019.1

Lista 1 - Sistemas lineares

1) Descreva todas as possíveis matrizes 2×2, que estão na forma escada reduzida por linha.

2) Reduza as matrizes abaixo à forma escada reduzida por linha e calcule posto e nulidade de cada uma delas:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$;

b) $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$;

c) $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$.

3) Prove que toda matriz anti-simétrica 3×3 não-nula tem posto igual a dois.

4) Resolver os sistemas por escalonamento. Para sistemas com solução indeterminada, obter a resposta em forma paramétrica.

(a) $\begin{cases} x + 5y = 13 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 5x - 3y + z = -10 \\ -2x - y + z = 1 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x + y + 2z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + 3y - z = 3 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x - y + 2z - t = 0 \\ 3x + y + 3z + t = 0 \\ x - y - z - 5t = 0 \end{cases}$

(e) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 5y - 2z = 3 \\ x + 7y - 7z = 5 \end{cases}$

(f) $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 1 \\ x - y + z = 3 \\ x - y - 3z = -3 \\ 3x + 3y - 5z = 0 \\ -x + y + z = 1 \end{cases}$

(g) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + 5y + 6z = 0 \end{cases}$

5) Determine m de modo que o sistema linear seja indeterminado:

$$\begin{cases} mx + 3y = 12 \\ 2x + \dfrac{1}{2}y = 2 \end{cases}$$

6) Para o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} m^2x - y = 0 \\ x + ky = 0 \end{cases}$$

Determine, se existe, o valor de m em função de k de modo que o sistema:

(a) tenha solulçao única (trivial)

(b) seja impossível

7) Prove que o sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 3t = a \\ 2x - 5y - 3z + 12t = b \\ 7x + y + 8z + 5t = c \end{cases}$$

admite solulção se, e somente se, $37a + 13b = 9c$. Ache a solução geral do sistema quando $a = 2$ e $b = 4$.

8) Determinar a e b para que o sistema seja possível e determinado

$$\begin{cases} 3x - 7y = a \\ x + y = b \\ 5x + 3y = 5a + 2b \\ x + 2y = a + b - 1 \end{cases}$$

9) Determinar o valor de k para que o sistema

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 1 \\ 2x + ky + 8z = 3 \end{cases}$$

tenha:

(a) solulção única

(b) nenhuma solução

(c) mais de uma solução

10) Resolva o sistema

$$\begin{cases} \frac{2}{u} + \frac{3}{v} = 8 \\ \frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -1 \end{cases}$$

11) Discuta os seguintes sistemas:

(a) $\begin{cases} x + z = 4 \\ y + z = 5 \\ ax + z = 4 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x+z+w=0 \\ x+ky+k^2w=1 \\ x+(k+1)z+w=1 \\ x+z+kw=2 \end{cases}$

12) Determine k para que o sistema admita solução.

$$\begin{cases} -4x+3y=2 \\ 5x-4y=0 \\ 2x-y=k \end{cases}$$

13) Classifique, de acordo com o valor de k, os sistemas abaixo em “possível e determinado”, “possível e indeterminado”, ou ‘impossível”.

a) $\begin{cases} x+y-kz &= 0 \\ kx+y-z &= 2-k \\ x+ky-z &= -k \end{cases}$;

b) $\begin{cases} kx+2y &= 6 \\ 3x-y &= -2 \\ x+y &= 0 \end{cases}$.