Bases Matemáticas - Lista 1

Elementos de Linguagem e Lógica Matemática

Parte I

1 — Atribua valores verdades as seguintes proposições:

a) 5 é primo *e* 4 é ímpar.

b) 5 é primo *ou* 4 é ímpar.

c) (Não é verdade que 5 é primo) *e* 4 é par.

d) Não é verdade que (5 é primo *ou* 4 é ímpar).

2 — Atribua um valor verdade às seguintes proposições:

a) *Se* 2 é par, *então* 3 não é par.

b) *Se* 2 não é par, *então* 3 não é par.

c) *Se* 3 não é par, *então* 3 não é ímpar.

d) *Se* minha mãe é um trator *então* eu sou uma moto-serra.

3 — Negue as seguintes proposições:

a) $3 > 4$ *e* 2 é par.

b) Não é verdade que (3 é par *ou* 5 é impar).

c) 2 é número par *e* não é verdade que 3 é um número ímpar.

d) *Se* $3 > 4$, *então* 2 é par.

e) *Se* 2 é par *então*$(\pi = 3$ *ou* $\pi = 4)$.

f) *Se* 2 é par *então* não é verdade que 3 é par.

4 — Dadas duas proposições simples p e q, determine quais das proposições abaixo são verdadeiras, independentemente do valor verdade das proposições p e q:

a) $\Big((p \Rightarrow q) \wedge p\Big) \Rightarrow q$

b) $\Big((p \Rightarrow q) \wedge q\Big) \Rightarrow p$

c) $\Big((p \Rightarrow q) \wedge \neg p\Big) \Rightarrow \neg q$

d) $\Big((p \Rightarrow q) \wedge \neg q\Big) \Rightarrow \neg p$

5 — Dadas duas proposições simples p e q, considere as proposições abaixo e reescreva cada uma delas usando somente os conectivos indicados:

a) $p \Rightarrow q$, usando $\vee$ e $\neg$

b) $p \veebar q$ (*ou exclusivo*), usando $\wedge$, $\vee$ e $\neg$

c) $\neg(p \Rightarrow q)$, usando $\wedge$ e $\neg$

d) $p \vee q$, usando $\Rightarrow$ e $\neg$

6 — Dadas duas proposições simples p e q, considere as proposições abaixo e, para cada um, ache sua contrapositiva, sua recíproca e sua inversa:

a) $p \Rightarrow q$

b) $\neg p \Rightarrow q$

c) $\neg p \Rightarrow \neg q$

d) $p \Rightarrow \neg q$

Parte II

7 — Em um planeta distante, a população local se divide em dois grupos distintos, por eles chamados de HI e HO (não há nenhum indivíduo que pertença a ambos os grupos). Nessa população, há indivíduos com antenas e indivíduos sem antenas. Os indivíduos são coloridos, podendo ser verdes, brancos ou vermelhos (não há indivíduos bicolores ou tricolores). Sabemos que:

1. Se um indivíduo é do grupo HI, então ele possui antena.
2. Se um indivíduo é verde ou branco, então ele não possui antena.

Pergunta-se:

a) Se um indivíduo possui antena, podemos saber a que grupo pertence?
b) Se um indivíduo não possui antena, podemos saber a que grupo pertence?
c) Se um indivíduo é do grupo HI, o que podemos afirmar sobre sua cor?
d) Se um indivíduo é do grupo HO, o que podemos afirmar sobre sua cor?
e) Se um indivíduo é verde, podemos saber a que grupo pertence?
f) Se um indivíduo é branco, podemos saber a que grupo pertence?
g) Se um indivíduo é vermelho, podemos saber a que grupo pertence?

8 — De uma turma de BM observou-se, ao final do curso, que alguns estudantes obtiveram um **ótimo desempenho** (conceito A ou B). Observou-se também que alguns estudantes **nunca compareceram às aulas** (100% de faltas), outros **faltaram demais** (80% ou mais de faltas, mas menos de 100%).
Inicialmente, constate que são verdadeiras as seguintes implicações:

1. Se um(a) estudante obteve ótimo desempenho, então foi aprovado(a)
2. Se um(a) estudante nunca compareceu às aulas ou faltou demais, então foi reprovado(a)

Após, pergunta-se:

a) Se um(a) estudante foi aprovado(a), podemos determinar se teve ótimo desempenho ou não?
b) Se um(a) estudante foi reprovado(a), podemos determinar se teve ótimo desempenho ou não?
c) Se um(a) estudante teve ótimo desempenho, o que podemos afirmar sobre sua frequência às aulas?
d) Se um(a) estudante não teve um ótimo desempenho, o que podemos afirmar sobre sua frequência às aulas?
e) Se um(a) estudante nunca compareceu às aulas, podemos saber se teve um ótimo desempenho ou não?
f) Se um(a) estudante faltou demais, podemos saber se teve um ótimo desempenho ou não?
g) Se um(a) estudante compareceu a pelo menos 20% das aulas, podemos saber se teve um ótimo desempenho ou não?

9 — Sejam $p(n)$ e $q(n)$ proposições abertas sobre números naturais. Assuma que a implicação $p(n) \Rightarrow q(n)$ é verdadeira, para todo n natural. Sabendo, em particular, que as proposições $p(2)$ e $q(3)$ são verdadeiras e que as proposições $p(5)$ e $q(7)$ são falsas, podemos afirmar categoricamente que:

a) $q(2)$ é verdadeira?
b) $p(3)$ é verdadeira?
c) $q(5)$ é falsa?
d) $p(7)$ é falsa?

10 — Determine o conjunto-verdade das seguintes proposições abertas, para as quais o domínio de discurso é o conjunto dos números naturais:

a) $n^2 < 12$
b) $3n + 1 < 25$
c) $3n + 1 < 25$ e $n + 1 > 4$
d) $n < 5$ ou $n > 3$
e) n é primo e não é verdade que $n > 17$
f) $(n-2)(n-3)(n-4)(n-5) = 0$

11 — Nas seguintes proposições abertas o domínio de discurso é o conjunto dos números reais. Para essas proposições esboce na reta real o seu conjunto verdade:

a) $x > 2$ e $x < 4$
b) $x > 2$ ou $x < 3$
c) $x < 2$ ou ($x < 5$ e $x > 3$)
d) não é verdade que ($x > 2$ e $x < 4$)

12 — Para cada proposição aberta abaixo, determine sua contrapositiva, sua recíproca e sua inversa:

a) Se chove, então eu não vou trabalhar.
b) Se x é par, então $x + 1$ é ímpar.
c) Se minha mãe é um trator, então eu sou uma moto-serra.
d) Se $2^k + 1$ é primo, então k é uma potência de 2.
e) Se $x^2 + y^2 = 0$, então x e y são iguais a 0.

13 — Para cada par de proposições p e q abaixo, em que a variável x denota um número natural, diga se p é condição necessária ou suficiente para q:

a) $p : x > 2$ $\qquad q : x > 3$
b) $p : x > 2$ $\qquad q : x \geq 2$
c) $p : x > 0$ e $x < 2$ $\qquad q : x < 2$
d) $p : x > 0$ e $x < 2$ $\qquad q : x = 1$

14 — Para cada par de proposições abertas p e q abaixo, diga se p é condição necessária ou suficiente para q:

a) $p : \Delta$ é um triângulo isósceles
$q : \Delta$ é um triângulo equilátero
b) $p : M$ é uma matriz com determinante diferente de 0
$q : M$ é uma matriz inversível

15 — Dê exemplos ou contra-exemplos, se existirem, para as seguintes afirmações (a variável x denota um número real, n denota um número natural):

a) $x + 1 > 2$.
b) $x^2 < x$.
c) $x < 2$ ou ($x < 5$ e $x > 3$)
d) n é primo
e) n possui inverso multiplicativo inteiro.

16 — Para cada proposição abaixo (na variável real x), complete a lacuna com o conectivo $\wedge$ ou $\vee$ de modo a torná-la verdadeira:

a) $\forall\ x$, x é solução de $x^2 = 1$ se, e somente se, $x = -1$ ___ $x = 1$
b) $\forall\ x$, x é solução de $x^2 > 1$ se, e somente se, $x < -1$ ___ $x > 1$
c) $\forall\ x$, x é solução de $x^2 < 1$ se, e somente se, $x > -1$ ___ $x < 1$

17 — Interprete cada proposição abaixo (isto é, escreva em linguagem natural) e determine seu valor-verdade. O universo de discurso é o conjunto dos números naturais.

a) $\forall n\,(n + 1 > 2)$
b) $\forall n\,(n < 2 \vee (n < 5 \wedge n > 3))$
c) $\exists n\,(n + 1 > 2)$
d) $\exists n\,(n < 2 \vee (n < 5 \wedge n > 3))$
e) $\forall n\,(n \text{ par } \Rightarrow n + 1 \text{ ímpar})$
f) $\forall n\,(n \text{ primo } \Rightarrow n + 1 \text{ par})$
g) $\exists n\,(n \text{ primo } \wedge n + 1 \text{ ímpar})$

18 — Determine o valor-verdade das seguintes proposições

a) $\exists x \in \mathbb{R}$, tal que $2x^2 - 5x - 1 < 0$
b) $\exists x \in \mathbb{R}$, tal que $x^2 - 3x + 5 < 0$
c) $\exists x \in \mathbb{R}$, tal que $x^2 - 3x + 5 > 0$
d) $\exists x \in \mathbb{N}$, tal que $x^2 - 13x + 42 < 0$

19 — São dados $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$. Para cada número real x, considere as seguintes afirmações:

1. $x = \frac{b}{a}$ é solução de $ax = b$
2. Se $ax = b$ possui solução, esta tem que ser $x = \frac{b}{a}$
3. A solução de $ax = b$ é $x = \frac{b}{a}$

Para cada proposição abaixo, determine qual das afirmações acima lhe corresponde:

a) $\forall\ x, ax = b \Leftrightarrow x = \frac{b}{a}$
b) $\forall\ x, x = \frac{b}{a} \Rightarrow ax = b$
c) $\forall\ x, ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a}$

20 — Dados $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$, assinale as proposições verdadeiras:

a) $\forall\, x, \quad x > \frac{b}{a} \Rightarrow ax > b$

b) $\forall\, x, \quad ax > b \Rightarrow x > \frac{b}{a}$

c) $\forall\, x, \quad ax > b \Rightarrow x > \frac{b}{a} \vee x < \frac{b}{a}$

d) $\forall\, x, \quad x > \frac{b}{a} \vee x < \frac{b}{a} \Rightarrow ax > b$

e) $\forall\, x, \quad ax > b \Rightarrow \left(a > 0 \wedge x > \frac{b}{a}\right) \vee \left(a < 0 \wedge x < \frac{b}{a}\right)$

f) $\forall\, x, \quad ax > b \Leftrightarrow \left(a > 0 \wedge x > \frac{b}{a}\right) \vee \left(a < 0 \wedge x < \frac{b}{a}\right)$

21 — Transcreva as seguintes proposições para a forma simbólica

a) Existe um número real n tal que $n^2 = 2$.

b) Não existe número racional x tal que $x^2 = 2$.

c) Existe um número inteiro x tal que x^2 é par e divisível por 3.

d) Não existe número inteiro x tal que x^2 é primo ou x^2 é negativo.

e) Existe um número inteiro x tal que x^2 é par ou x^2 é ímpar.

f) Para cada número real x existe um número real y tal que $x + y = 0$.

g) Todo número natural é divisível por 2, 3, 5 ou 7.

h) Para todo número racional x, x é menor que $1/x$.

i) Existem dois números inteiros cuja soma é 1000.

j) Não existe número racional cujo quadrado é 2.

k) Para todos números a e b reais, há um número c que é menor que b e maior que a.

22 — Para cada uma das proposições do Exercício 21, escreva a sua negação em linguagem simbólica e em linguagem natural

Parte III

23 — Para cada proposição abaixo, dê um exemplo e um contra-exemplo, se existirem (a variável livre está indicada entre parênteses):

a) $(m \in \mathbb{N})$ $n^2 \geq m$ para todo $n \in \mathbb{Z}$

b) $(n \in \mathbb{Z})$ Existe $m \in \mathbb{N}$ tal que $n^2 \geq m$

c) $(x \in \mathbb{R})$ Existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $n > x$

24 — As proposições abaixo têm duas variáveis livres m e n (ambos números naturais). Para cada uma delas, dê um exemplo e um contra-exemplo, se existirem:

a) $m \neq n$ e $m + n = 0$

b) $m + n$ é par.

c) Se $m, n \in \mathbb{N}$ são pares, então $m + n$ é par.

d) Se $m + n$ é par, então m e n são ambos pares.

25 — Determine o valor verdade de cada proposição abaixo:

a) $\forall\, n \in \mathbb{N}^* \,\exists\, m \in \mathbb{Z} \,|\, m < \frac{1}{n}$

b) $\forall\, n \in \mathbb{N}^* \,\exists\, m \in \mathbb{N}^* \,|\, m < \frac{1}{n}$

c) $\forall\, n \in \mathbb{N}^* \,\exists\, m \in \mathbb{Z} \,|\, \frac{m^2+1}{m} > n$

26 — Para cada proposição abaixo, diga se é universal ou particular e determine o valor-verdade. O universo de discurso é o conjunto dos números naturais

a) $\forall m\, \exists n\, (m \leq n)$

b) $\exists n\, \forall m\, (m \leq n)$

c) $\exists m\, \forall n\, (m \leq n)$

d) $\forall n\, \exists m\, (m < n)$

e) $\exists m\, \exists n\, (m < n)$

f) $\forall m\, \forall n\, (m < n)$

27 — Determine o valor-verdade das seguintes proposições. O universo de discurso é o conjunto dos números reais.

a) $\forall x\, \exists y\, (2x - y = 0)$

b) $\exists y\, \forall x\, (2x - y = 0)$

c) $\exists y\, \exists z\, (y + z = 100)$

d) $\forall y\, \exists x\, (x^2 - 4x + y = 0)$

e) $\exists y\, \exists x\, (x^2 - 4x + y = 0)$

f) $\exists y \forall x \, (x^2 - 4x + y > 0)$

28 — Interprete cada proposição abaixo (isto é, escreva em linguagem natural) e determine seu valor-verdade. O universo de discurso é o conjunto dos números naturais

a) $\forall n \forall m \, (n + 1 > m)$
b) $\forall n \exists m \, (n + 1 > m)$
c) $\exists n \forall m \, (n + 1 > m)$
d) $\forall n \forall m \, (n, \, m \text{ pares } \Rightarrow n + m \text{ par})$
e) $\forall n \forall m \, (n + m \text{ par } \Rightarrow n, \, m \text{ pares})$
f) $\forall m \exists n \, (nm \text{ é ímpar})$
g) $\forall m \exists n \, (nm \text{ é par})$
h) $\forall m \exists n \, (m^2 = n)$
i) $\forall m \exists n \, (n^2 = m)$

29 — Reescreva cada afirmação a seguir em linguagem natural, sem usar notação simbólica, e determine seu valor verdade:

a) $\forall x \in \mathbb{R}, \quad x < x^2.$
b) $\exists x \in \mathbb{R}, \quad x^2 = x.$
c) $\exists! x \in \mathbb{R}, \quad x^2 = x.$
d) $\exists x \in \mathbb{R}, \quad x^2 = x^3.$
e) $\forall n \in \mathbb{N}, \exists k \in \mathbb{N} : k < n.$
f) $\forall a, b \in \mathbb{R}, \quad a < b \Rightarrow \exists c \in \mathbb{R} : a < c < b.$
g) $\forall a, b \in \mathbb{Z}, \quad a < b \Rightarrow \exists c \in \mathbb{Z} : a < c < b.$
h) $\forall a, b \in \mathbb{Z}^*, \exists c \in \mathbb{Z} \,|\, (a/b)c \in \mathbb{Z}.$
i) $\forall a \in \mathbb{R}, \exists b \in \mathbb{R} \,|\, \forall c \in \mathbb{R}, ab = c$
j) $\forall a \in \mathbb{R}, \forall c \in \mathbb{R}, \exists b \in \mathbb{R} \,|\, ab = c$

30 — A Fórmula de Bhaskara é uma proposição universal. Identifique as suas variáveis (e seus universos) e descreva-a em linguagem simbólica.

Complementares

31 — Determine o conjunto-verdade de cada proposição abaixo (a variável livre é o número real $d > 0$):

a) $\forall \, x, x < 1 + d \Rightarrow 2x < 2$
b) $\forall \, x, x < 1 + d \Rightarrow 2x < 2 + 1$
c) $\forall \, x, x < 1 + d \Rightarrow 2x < 2 + \frac{1}{2}$
d) $\forall \, x, x < 1 + d \Rightarrow 2x < 2 + \frac{1}{3}$

32 — Determine se são verdadeiras ou falsas:

a) $\exists d > 0 \,|\, \forall \, x, x < 1 + d \Rightarrow 2x < 2$
b) $\exists d > 0 \,|\, \forall \, x, x < 1 + d \Rightarrow 2x < 2 + 1$
c) $\exists d > 0 \,|\, \forall \, x, x < 1 + d \Rightarrow 2x < 2 + \frac{1}{2}$
d) $\exists d > 0 \,|\, \forall \, x, x < 1 + d \Rightarrow 2x < 2 + \frac{1}{3}$

33 — Determine o conjunto-verdade da proposição abaixo (a variável livre é o número real $e > 0$):

$$\exists d > 0 \,|\, \forall \, x, x < 1 + d \Rightarrow 2x < 2 + e$$

34 — Determine o valor verdade da proposição abaixo:

$$\forall \, e > 0, \exists d > 0 \,|\, \forall \, x, x < 1 + d \Rightarrow 2x < 2 + e$$

* **35** — Determine se são verdadeiras ou falsas:

a) $\forall \, r \in \mathbb{R}, r > 0, \exists \, n \in \mathbb{N} \,|\, \forall \, x \in \mathbb{R}$

$$1 - \frac{1}{n} < x < 1 + \frac{1}{n} \Rightarrow 2 - r < 2x < 2 + r$$

b) $\forall \, m \in \mathbb{N}^*, \exists \, n \in \mathbb{N}^*$ tal que

$$\frac{1}{3} - 0,\underbrace{33\ldots3}_{n \text{ dígitos}} < \frac{1}{m}$$

Respostas dos Exercícios

1 a.) F
d.) F

2 a.) V
c.) F

3 a.) $3 \leq 4$ *ou* 2 não é par.
d.) $3 > 4$ *e* 2 não é par.
e.) 2 é par *e* $\pi \neq 3$ *e* $\pi \neq 4$.

4 b.) F
d.) V

5 a.) $\neg p \vee q$
c.) $p \wedge \neg q$

6 [contrapositiva / recíproca / inversa]
b.) $\neg q \Rightarrow p$ / $q \Rightarrow \neg p$ / $p \Rightarrow \neg q$
c.) $q \Rightarrow p$ / $\neg q \Rightarrow \neg p$ / $p \Rightarrow q$

7 b.) Sim, necessariamente é HO
c.) Certamente é vermelho
d.) Nada
f.) Sim, é HO

8 a.) Não, pode ter tirado C ou D
c.) Tal estudante faltou menos de 80% das aulas
d.) Não podemos afirmar nada
f.) Certamente não teve ótimo desempenho

9 a.) Sim, $q(2)$ é verdadeira
c.) Não podemos concluir nada sobre $q(5)$

10 a.) $\{0, 1, 2, 3\}$
c.) $\{4, 5, 6, 7\}$
e.) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

12 [contrapositiva / recíproca / inversa]
b.) Se $x + 1$ não é ímpar, então x não é par. / Se $x + 1$ é ímpar, então x é par. / Se x não é par, então $x + 1$ não é ímpar.
c.) Se não sou uma moto-serra, então minha mãe não é um trator. / Se sou uma moto-serra, então minha mãe é um trator. / Se minha mãe não é um trator, então não sou uma moto-serra.
e.) Se $x \neq 0$ ou $y \neq 0$, então $x^2 + y^2 \neq 0$ / Se $x = 0 = y$, então $x^2 + y^2 = 0$ / Se $x^2 + y^2 \neq 0$, então $x \neq 0$ ou $y \neq 0$

13 a.) Condição necessária, mas não suficiente.
c.) Condição suficiente, mas não necessária.

14 a.) Condição necessária, mas não suficiente.

15 a.) Exemplo: $x = 7$ (poderia ser qualquer número real maior que 1). Contra-exemplo: $x = -5$ (poderia ser qualquer número real menor ou igual a 1).
b.) Exemplos: qualquer número real entre -1 e 1 (estes excluídos). Contra-exemplos: qualquer número $x \leq -1$ ou $x \geq 1$.
c.) Exemplo: $x = \pi$ (poderia ser qualquer número real menor que 2 ou entre 3 e 5). Contra-exemplo: $x = \sqrt{7}$ (poderia ser qualquer número real $2 \leq x \leq 3$ ou $x \geq 5$).
d.) Exemplo: 11 (poderia ser qualquer número primo). Contra-exemplo: 18 (poderia ser qualquer número composto ou 0 ou 1).
e.) Exemplo: 1 (não há outros exemplos). Contra-exemplo: 23 (poderia ser qualquer número natural diferente de 1).

16 a.) $\vee$
c.) $\wedge$

17 a.) (F) Para todo número natural n, $n + 1 > 2$ (ou, de forma mais clara: o sucessor de qualquer número natural é sempre maior do que 2).
d.) (V) Existe (pelo menos) um número natural que é menor que 2 ou está entre 3 e 5.
e.) (V) Para todo número natural, se tal número é par, seu sucessor é ímpar (ou, de forma mais clara: o sucessor de qualquer número par é um número ímpar).
g.) (V) Existe um número primo cujo sucessor é ímpar.

18 b.) F
c.) V

19 a.) Afirmação 3

20 a.) F
c.) V
d.) F
f.) V

21 b.) $\neg(\exists x \in \mathbb{Q} \,|\, x^2 = 2)$
d.) $\neg\big(\exists x \in \mathbb{Z} \,|$
$\big[\forall d \in \mathbb{N}, d \mid x^2 \Rightarrow (d = 1 \vee d = x^2)\big] \vee x^2 < 0\big)$
* simplificado: $\neg(\exists x \in \mathbb{Z} \,|\, x^2$ é primo $\vee\, x^2$ é ímpar)
e.) $\exists x \in \mathbb{Z} \,|\, (\exists k \in \mathbb{Z} \,|\, x^2 = 2k) \vee (\exists h \in \mathbb{Z} \,|\, x^2 = 2h+1)$
* simplificado: $\exists x \in \mathbb{Z} \,|\, x^2$ é par ou x^2 é ímpar.
g.) $\forall x \in \mathbb{N}, (\exists\, k \in \mathbb{Z} \,|\, x = 2k) \vee (\exists\, k \in \mathbb{Z} \,|\, x = 3k) \vee (\exists\, k \in \mathbb{Z} \,|\, x = 5k) \vee (\exists\, k \in \mathbb{Z} \,|\, x = 7k)$
j.) $\neg(\exists x \in \mathbb{Q} \,|\, x^2 = 2$
* alternativa: $\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 \neq 2$
k.) $\forall a, b \in \mathbb{R}, \exists c \in \mathbb{R} \,|\, c < b \wedge c > a$

22 a.) $\forall n \in \mathbb{R} n^2 \neq 2$ (Para todo número real n, $n^2 \neq 2$).
c.) $\forall x \in \mathbb{Z} \neg\exists k \in \mathbb{Z} \,|\, x^2 = 2k \vee \neg\exists k \in \mathbb{Z} \,|\, x^2 = 3k)$ (Para todo número inteiro, seu quadrado não é par ou não é divisível por 3).
f.) $\exists x \in \mathbb{R} \,|\, \forall y \in \mathbb{R}, x + y \neq 0$ (Existe um número real x que não tem oposto).
h.) $\exists x \in \mathbb{Q} \,|\, x \geq 1/x$ (Existe um número racional que é maior ou igual ao seu inverso).
i.) $\forall m, n \in \mathbb{Z}, m + n \neq 1000$ (A soma de quaisquer dois inteiros é sempre diferente de 1000).

23 a.) Exemplo: $m = 0$ (é o único exemplo para a variável m). Contra-exemplo: $m = 4$ (se tomarmos $n = 1$, $n^2 < m$).
c.) Exemplo: $x = \sqrt{3}$. Contra-exemplo: não há, pois a proposição é verdadeira para todo x.

24 a.) Exemplo: não há, pois a proposição é falsa. Contra-exemplo: qualquer par de números distintos.
d.) Exemplo: $m = 2, n = 18$, tem-se $m + n = 20$ (a soma é par e cada uma das parcelas também é par). Contra-exemplo: $m = 3$ e $n = 5$, tem-se $m + n = 8$ (a soma é par, mas as parcelas não são pares).

25 b.) *F*
c.) *V*

26 a.) Universal. Verdadeira.
c.) Particular. Verdadeira.
f.) Universal. Falsa.

27 b.) F
d.) F
f.) V

28 b.) (V) Para todo número natural n, existe um número natural m que seja menor do que o sucessor de n.
d.) (V) A soma de dois números naturais pares quaisquer é par.
f.) (F) Dado qualquer número natural m, existe um número natural n que, multiplicado por m, resulta em um número ímpar.
h.) (V) O quadrado de todo número natural é um número natural.

29 a.) (F) Todo número real é menor que seu quadrado.
b.) (V) Existe um número real que é igual a seu próprio quadrado.
c.) (F) Existe um único número real que é igual a seu próprio quadrado.
e.) (F) Todo número natural é maior do que algum número natural.
g.) (F) Para todo par de números inteiros a e b, com $a < b$, existe um número inteiro que está entre a e b.
h.) (V) Para todo par de inteiros não nulos a e b, existe um inteiro que multiplicado pelo quociente de a por b o torna inteiro.
j.) (V) Para todo número real a e para todo número real c existe um número real b tal que $ab = c$.

30 A Fórmula de Bhaskara diz: dada uma (qualquer) equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ e $b^2 - 4ac \geq 0$, suas soluções são dadas por $(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a)$. Assim, as variáveis são $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$ e $x \in \mathbb{R}$. A proposição universal que expressa a Fórmula de Bhaskara pode ser escrita, em linguagem simbólica, da seguinte forma:
$\forall a, b, c, x,$
$(ax^2 + bx + c = 0) \wedge (b^2 - 4ac \geq 0) \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \left(x = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \vee x = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$

Uma interpretação mais ampla da Fórmula de Bhaskara seria a seguinte: dada uma (qualquer)

equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, esta possui solução se, e somente se, $b^2 - 4ac \geq 0$ e, nesse caso, suas soluções são dadas por $(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a)$. Essa interpretação pode ser expressa em linguagem simbólica na seguinte forma (coloquemos $\Delta = b^2 - 4ac$ para simplificar):
$\forall a, b, c, x,$
$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \wedge \left(x = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \vee x = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \right)$

31 a.) A proposição é falsa para todo $d > 0$
b.) A proposição vale para todo d tal que $0 < \frac{1}{2}$
d.) A proposição vale para todo d tal que $0 < \frac{1}{6}$

32 a.) F
b.) V
c.) V
d.) V

33 A proposição é verdadeira para todo $e > 0$

34 V

35 a.) V