

Bases Matemáticas - Lista 10

Limites de funções - Parte II

Limites Infinitos e Laterais

1 — Calcule os seguintes limites:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x^5}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2}{5x + 4}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 2}{4x^2 + 4}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + x^3 + 5x}{5x^4 + 6x^2 + 4}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{4x - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x^2 + 3}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + 1} - \sqrt{x + 3}$

2 — Calcule os seguintes limites:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} x^4 + 5x^3 - 4x$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 5x^3 - 4x}{-x^3 + 3x + 1}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - x}{4 + x}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x + 3}}{2x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x + 5}$
- * $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - 1}$

3 — Calcule os seguintes limites:

- $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{7}{4 - x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x + 1}{x}$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 3}{x - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x^3 - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x^3 - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{2 - x} - \frac{3}{8 - x^3} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{2 - x} - \frac{3}{8 - x^3} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen}(x)}{x^3 - x^2}$

4 — Calcule os seguintes Limites

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x} \right)^x$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 1}{x + 1} \right)^x$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x - 1}{x^2 - 1} \right)^{x+1}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^x$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \text{sen } x)^{1/x}$

Dica: nos itens anteriores use que:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

5 — O que ocorre com as raízes da equação

$$ax^2 - bx + c = 0$$

Se o coeficiente a tende a zero e os coeficientes b, c ficam constantes?

6 — Demonstrar que todo polinômio de grau ímpar possui pelo menos uma raiz real.

Assíntotas

7 — Ache as constantes k e b de modo que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[kx + b - \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right] = 0$$

Qual o significado da reta $kx + b$?

8 — Encontre as assíntotas horizontais e verticais de cada curva. (Esboce os gráficos e confira usando algum software computacional)

a) $y = \frac{x}{x + 4}$

b) $y = \frac{x^3}{x^2 + 3x - 10}$

c) $y = \frac{x^3 + 1}{x^3 + x}$

d) $y = \frac{x}{\sqrt[4]{x^4 + 1}}$

9 — Encontre $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ se

$$\frac{4x - 1}{x} < f(x) < \frac{4x^2 + 3x}{x^2}$$

para todo $x > 5$.

Exercícios Complementares

10 — Calcule os seguintes Limites

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x)}{x}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(2x + 1) - \ln(x + 2))$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2}$

Respostas dos Exercícios

- 1** a) 0 b) 0 c) $3/5$ d) 0 e) $1/5$ f) $1/4$ g) 0 h) 0
2 a) ∞ b) $-\infty$ c) -1 d) $1/2$ e) ∞ f) $1/2$
3 b) $-\infty$ c) ∞ d) $-\infty$ f) $-\infty$ h) $-\infty$ j) $-\infty$

4 a) e^k b) e^{-2} (Dica: Use o item a) c) $1/4$

5 Caso $b > 0$: uma das raízes tende a c/b , a outra tende a $+\infty$ (se $a \rightarrow 0+$) ou $-\infty$ (se $a \rightarrow 0-$). Analise ainda os casos $b < 0$ e $b = 0$.

7 $k = 1, b = 0$

10 a) 1 b) $\ln(2)$ c) 1 d) $\frac{1}{\sqrt{e}}$