Lista 3.5 - Cálculo Vetorial e Tensorial - 2019.1 (atualizado 22/02/2019)

1. Considere o campo vetorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por $\mathbf{F}(x, y, z) = (x - y, x + y, z)$. Calcule o fluxo de $\mathbf{F}$ através da esfera S^2, cuja normal no ponto (0,1,0) tem segunda componente positiva.

2. O escoamento de um fluido, de densidade $\rho = 10$ kg/m^3, possui velocidade $\mathbf{v} = -y\hat{\mathbf{i}} + x\hat{\mathbf{j}} + 2z\hat{\mathbf{k}}$. Determine a vazão de tal escoamento através da esfera de raio 5.

3. Calcule o fluxo $\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dS$, onde $\mathbf{F} = x\hat{\mathbf{i}} + 2y\hat{\mathbf{j}} + 3z\hat{\mathbf{k}}$ e S é a superfície do cubo com vértices $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$.

4. Calcule o fluxo $\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dS$, onde $\mathbf{F} = y\hat{\mathbf{j}} - z\hat{\mathbf{k}}$ e S é a superfície formada pela união do parabolóide $y = x^2 + z^2$, $0 \leq y \leq 1$ com sua tampa (que é o círculo $x^2 + z^2 \leq 1$, $y = 1$).

5. Dada a temperatura $u(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ de uma casca hemisférica metálica S, calcule o fluxo de calor através de S.

6. Calcule $\iint_S x^2 z^2\, dS$, onde S é a superfície do cone $3z^2 = x^2 + y^2$, que está entre os planos $z = 1$ e $z = 3$.

7. Calcule $\iint_S (x^2 z + y^2 z)\, dS$, onde S é o hemisfério de raio 2, $z \geq 0$.

8. Calcule $\iint (x^2 y + z^2)\, dS$, onde S é a parte do cilindro $x^2 + y^2 = 9$, entre os planos $z = 0$ e $z = 2$.

9. Determine a massa de um funil fino com o formato de um cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $1 \leq z \leq 4$, se sua função densidade é $\rho(x, y, z) = 10 - z$.

10. Calcule $\iint_S \sqrt{1 + x^2 + y^2}\, dS$, onde S é o helicóide $\mathbf{r}(u, v) = u \cos v\hat{\mathbf{i}} + u \sin v\hat{\mathbf{j}} + v\hat{\mathbf{k}}$, $0 \leq u \leq 1$ e $0 \leq v \leq \pi$.