

Lista 4.5 - Cálculo Vetorial e Tensorial - 2019.1 (atualizado 22/02/2019)

1. Mostre que:

$$(a) \int \int_S \left(f \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial f}{\partial n} \right) dS = \int \int \int_V (f \nabla^2 g - g \nabla^2 f) dx dy dz.$$

$$(b) \int \int_S \left(f \frac{\partial g}{\partial n} \right) dS = \int \int_S \left(g \frac{\partial f}{\partial n} \right) dS, \text{ se } f \text{ e } g \text{ forem funções harmônicas.}$$

2. Calcule o fluxo do campo vetorial $\mathbf{F}(x, y, z) =$

$(xz, yz, -z^2)$ para fora da superfície

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2 = 1 + x^2 + y^2, 2 \leq z \leq 3\}$$

3. Um campo escalar ϕ satisfaz $\|\nabla\phi\| = 4\phi$ e $\nabla \cdot (\phi \nabla \phi) = 10\phi$. Calcule $\int \int_S \frac{\partial \phi}{\partial n} dS$, onde S é a esfera S^2 e n é a normal à esfera.