Lista 3.75 - Cálculo Vetorial e Tensorial - 2019.1 (atualizado 27/03/2019)

1. Considere o campo vetorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2, x, zx)$. Calcule o fluxo de $\mathbf{F}$ através da superfície que é o bordo do sólido limitado por $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ e $z = 3$.

2. Faça o Ex. 1 acima para o campo vetorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, x, 0)$.

3. Considere o campo vetorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2, x, zx)$. Calcule o fluxo de $\mathbf{F}$ através da superfície que é a região do cilindro $x^2 + y^2 = 1$ exterior ao parabolóide $z = x^2 + y^2$, com $0 \leq z \leq 1$.

4. Seja $f : U \subseteq: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ um campo escalar de classe C^2 tal que $\nabla^2 f = 0$. Nas hipóteses do teorema de Gauss, mostre que $\iint_{S=\partial V} (f \nabla f) \cdot \vec{n}\, dS = \iiint_V \|\nabla f\|^2 dxdydz$.

5. Calcule o fluxo do campo de vetores $\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2}(x, y, z)$ através do sólido V limitado pelas esferas centradas na origem, respectivamente de raios 3 e 4, com orientações opostas.

6. Calcule $\iint_S \mathbf{F} \cdot \vec{n}\, dS$, onde $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, y^2, z^2)$, onde S é o bordo do cubo definido por $[-1, 1] \times [-1, 1] \times [-1, 1]$.

7. Se $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$, verifique que o fluxo de $\mathbf{F}$ através da superficie S de um sólido qualquer V é o triplo do volume de V.

8. Seja $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$. Verifique que $\nabla^2 f = 0$, exceto na origem. Calcule $\iint_S (\nabla f) \cdot \vec{n}\, dS$, onde S é a esfera de raio 1 centrada na origem.