

## Lista Extra - Desafios - Funções de uma Variável

1 — Calcule os seguintes limites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1}$  (3/2)

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin(x)} - \sqrt{1 - \sin(x)}}{x}$  (1)

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin(x))^{\frac{1}{x}}$  (e)

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x}$  (a - b)

e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1+x^n}$  para  $x > 0$  (a resposta depende de  $x$ )

f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$

2 —

- a) Encontre o limite das áreas dos polígonos regulares de  $n$  – lados inscritos em um círculo de raio  $r$  quando  $n \rightarrow \infty$ .  
 b) Prove a fórmula para a área do círculo

3 —

- a) Encontre o limite dos perímetros dos polígonos regulares de  $n$  – lados inscritos em um círculo de raio  $r$  quando  $n \rightarrow \infty$ .  
 b) Prove a fórmula para o perímetro do círculo

4 — Prove que a função de Dirichlet

$$\xi(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

é descontínua em todos os pontos.

5 — Calcule as derivadas das seguintes funções:

a)  $\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + x}}}$

b)  $x^{x^x}$

c)  $\int_{x^{\sin(x)}}^{\sin(x)^x} \cos(x^3) dx$

d)  $\sin(x) \sin(2x) \cdots \sin(nx)$

6 — Use a definição de integral para calcular  $\int_0^2 e^x dx$ .

7 — Calcule as seguintes integrais:

a)  $\int e^{\sqrt{x}} dx$

b)  $\int \frac{\text{sen}^2(x)}{e^x} dx$

c)  $\int \frac{1}{1+z^4} dx$

d)  $\int \cos^2(\ln(x)) dx$

e)  $\int a^x \text{sen}(bx) dx$

f)  $\int \sqrt{c + bx + ax^2} dx$

g)  $\int \frac{\cos(x)}{\text{sen}^2(x) - 6 \text{sen}(x) + 12} dx$

h)  $\int \text{sen}(x) \cos(x) e^{\cos(x)} dx$

i)  $\int \frac{\ln(x) dx}{x \sqrt{1 - 4 \ln(x) - \ln^2(x)}}$

j)  $\int \text{tg}^3\left(\frac{x}{3}\right) - \text{tg}^4\left(\frac{x}{3}\right) dx$

k)  $\int \text{sen}(x) \text{sen}(2x) \text{sen}(3x) dx$

l)  $\int \frac{dx}{1 + \text{sen}(x) + \cos(x)}$

m)  $\int \frac{dx}{\cos^n(x)}$

n)  $\int \sqrt{1 + (e^x - e^{-x})^2}$

o)  $\int \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}} dx$

p)  $\int \frac{1}{1 + 2^x} dx$

q)  $\int \frac{9 + 6\sqrt{x} + x}{4\sqrt{x} + x} dx$

r)  $\int_0^9 \sqrt{4 - \sqrt{x}} dx$

s)  $\int \frac{dx}{(x^2 + 9)^3}$

t)  $\int \frac{2 + \sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} dx$

u)  $\int \frac{x^{1/4} + 5}{x - 16} dx$

$$v) \int (27e^{9x} + e^{12x})^{1/3} dx$$