

## Lista 0

### Funções de Uma Variável

#### Revisão

1 — Determine o domínio das seguintes funções:

- a)  $\sqrt{1+x}$
- b)  $\sqrt[3]{1+x}$
- c)  $\frac{1}{4-x^2}$
- d)  $\sqrt{2+x-x^2}$
- e)  $\sqrt{x-x^3}$
- f)  $\arccos\left(\frac{2x}{1+x}\right)$
- g)  $\sqrt{\sin 2x}$
- h)  $\log\left(\frac{2+x}{2-x}\right)$

2 — Calcule  $f(0)$ ,  $f(-x)$ ,  $f(x+1)$ ,  $f(x)+1$ ,  $f\left(\frac{1}{x}\right)$ ,  $\frac{1}{f(x)}$  para  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$

3 — Determine  $f(x)$  se:

- a)  $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$
- b)  $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1+x^2}$ ,  $x > 0$
- c)  $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2$

4 — Reescreva a função

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

utilizando só uma fórmula (Dica: use o sinal da função valor absoluto).

5 — Resolva as seguintes desigualdades:

- a)  $|x-3| > -1$
- b)  $|4-3x| \leq 1/2$
- c)  $x^2 + 2|x+3| - 10 \leq 0$
- d)  $|x-2| \leq |x+4|$

6 — Verifique se a função é par ou ímpar.

- a)  $x^4 + 3$
- b)  $x^2 + |x|$
- c)  $\sqrt{8x^3 + 4}$
- d)  $5x^3 + 7$
- e)  $\frac{\sqrt{1+\sin x}}{\cos x}$
- f)  $\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2}$

7 — Resolva as equações exponenciais:

- a)  $\sqrt{3^x} \cdot \sqrt{5^x} = 225$
- b)  $2^{3x} \cdot 5^x = 1600$
- c)  $9^{3-5x} \cdot 7^{5x-3} = 1$
- d)  $3^{2x-1} \cdot 5^{3x+2} = \frac{9}{5} \cdot 5^{2x} \cdot 3^{3x}$
- e)  $3 \cdot 4^x + \frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} = 6 \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{2} \cdot 9^{x+1}$
- f)  $4 \cdot 3^{x+2} + 5 \cdot 3^x - 7 \cdot 3^{x+1} = 40$

8 — Sejam  $f(x) = \sin x$ ,  $g(x) = x^2$ ,  $h(x) = \cos x$ . Determine a fórmula para cada função abaixo

- a)  $f \circ g$
- b)  $g \circ f$
- c)  $g \circ g$
- d)  $g \circ (f+h)$

- e)  $g \circ (f/h)$
- f)  $(f/h) \circ (h/f)$
- g)  $f \circ (g \circ h)$
- h)  $(f \circ g) \circ h$

9 — Sejam  $f(x) = 4x$ ,  $g(x) = x - 3$ ,  $h(x) = \sqrt{x}$ . Ex-  
 presse cada uma das funções abaixo através das compo-  
 sições de funções escolhidas entre  $f$ ,  $g$  e  $h$ .

- a)  $4\sqrt{x}$
- b)  $\sqrt{x-3}$
- c)  $4x - 12$
- d)  $x - 6$
- e)  $\sqrt{4x}$

10 — Ache  $f[f(x)]$  e  $f\{f[f(x)]\}$  se  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ .

11 — Para cada função abaixo determine a função in-  
 versa (não esqueça indicar o domínio dela)

- a)  $7x - 13$
- b)  $x^2 - 3$
- c)  $\frac{2x-3}{3x-2}$
- d)  $\sqrt[3]{1-x^3}$
- e)  $\text{arctg } 3x$
- f)  $\log\left(\frac{x}{2}\right)$
- g)  $y = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$

12 — Resolva as seguintes desigualdades:

- a)  $\arcsen x \leq 5$
- b)  $\arcsen x \geq -2$
- c)  $\arccos x \leq \arccos \frac{1}{4}$
- d)  $\text{arctg } x > -\frac{\pi}{3}$
- e)  $\text{arccotg } x > 2$
- f)  $\arcsen x < \arccos x$
- g)  $\text{arctg } x > \text{arccotg } x$

13 — Calcule:

- a)  $\sin\left(2 \arccos \frac{1}{4}\right)$
- b)  $\cos[\arcsen(-1/2)]$
- c)  $\sin\left(\arcsen \frac{3}{5} + \arcsen \frac{8}{17}\right)$
- d)  $\text{tg}\left(2 \arcsen \frac{2}{3}\right)$
- e)  $\arcsen(\sin 2)$
- f)  $\text{tg}\left(\arcsen \frac{1}{3} + \arccos \frac{1}{4}\right)$

14 — Prove as seguintes identidades:

- a)  $\arcsen x \pm \arcsen y = \arcsen(x\sqrt{1-y^2} \pm y\sqrt{1-x^2})$
- b)  $\arccos x \pm \arccos y = \arccos(xy \mp \sqrt{1-y^2}\sqrt{1-x^2})$
- c)  $\text{arctg } x \pm \text{arctg } y = \text{arctg } \frac{x \pm y}{1 \mp xy}$
- d)  $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2\alpha$
- e)  $\frac{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha} = \cot \alpha$

15 — Calcule os seguintes limites:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{4-x}-2}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$
- d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{5x^2+7x}}$
- e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^3+x^2}{3x^3+x^2+x}$
- f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m-1}{x^n-1}$  ( $m$  e  $n$  são inteiros positivos)
- g)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\text{tg } \pi x}{x+2}$
- h)  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \text{tg } x}$
- i)  $\lim_{x \rightarrow b} \frac{\cos x - \cos b}{x - b}$
- j)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot 4x$
- k)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x+3}}{2x-1}$

l)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x+5}$

m)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x-1}$

n)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen}(x)}{x^3 - x^2}$

o)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x$

p)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \text{sen } x)^{1/x}$