# Lista 1: Derivada e Regras de Derivação

## Funções de Uma Variável

**1 —** Para as seguintes funções calcule a derivada no ponto indicado através do limite do quociente de Newton:

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

a) derivada de $f(x) = x^2 + 1$ no ponto $a = 1$

b) derivada de $f(x) = 3x^3 - x$ no ponto $a = 2$

c) derivada de $f(x) = \sqrt{x}$ no ponto $a = 4$

d) derivada de $f(x) = \sqrt[3]{x}$ no ponto $a = 8$

e) derivada de $f(x) = \dfrac{1}{x}$ no ponto $a = -1$

**2 —** Mostre que não existe a derivada de $g(x) = |x|$ em $x = 0$. Calcule a derivada para $x \neq 0$.

**3 —** Mostre a partir da definição de derivada que

a) $\dfrac{d}{dx}\cos(x) = -\operatorname{sen}(x)$.

b) $\dfrac{d}{dx}\operatorname{sen}(x) = \cos(x)$.

**4 —** Prove que

a) $\dfrac{d}{dx}(\operatorname{cossec}(x)) = -\operatorname{cossec}(x)\operatorname{cotg}(x)$

b) $\dfrac{d}{dx}(\sec(x)) = \sec(x)\operatorname{tg}(x)$

**5 —** Escreva a equação da reta tangente as curvas $y = f(x)$ no ponto especificado. Esboce o gráfico de $f(x)$ e da reta tangente.

a) $y = x^3$ no ponto $x = 3$

b) $y = 2^x$ no ponto $x = 2$

c) $y = \cos(x) + x^2$ no ponto $x = 0$

d) $y = \frac{1}{x-1}$ no ponto $(-1, -\frac{1}{2})$

e) $y = \operatorname{sen}(x)$ no ponto $x = \pi$

**6 —** Encontre as derivadas das seguintes funções:

a) $f(x) = x^7 + 6x^6 + \dfrac{1}{5}x^5 + x^4 + 3x^3 + x^2 + \pi$

b) $f(x) = ax^m + bx^{m+n}$

c) $f(x) = \dfrac{\pi}{x^2} + \dfrac{\ln(4)}{x} + \sqrt{5}x + \ln(7)$

d) $f(x) = \dfrac{2}{5x-3} - \dfrac{1}{x}$

e) $f(x) = x^{\frac{a}{2}} + x^{\frac{a+4}{2}} + ax^{a-1}$

f) $f(x) = \dfrac{a}{\sqrt[3]{x^2}} - \dfrac{b}{x\sqrt[3]{x^2}}$

g) $f(x) = 5\operatorname{sen}(x) + 6\cos(x)$

h) $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x) + \cos(x)}{\operatorname{sen}(x) - \cos(x)}$

i) $f(x) = x^7 e^x$

j) $f(x) = \dfrac{e^x}{x^2}$

k) $f(x) = e^x \cos(x)$

l) $f(x) = \dfrac{x^n}{\ln(x)}$

m) $f(x) = x^3\ln(x) - \dfrac{x^3}{3}$

n) $f(x) = \operatorname{tg}(x) - \operatorname{cotg}(x)$

o) $f(x) = x\operatorname{cotg}(x)$

p) $f(x) = (x-2)\operatorname{sen}(x) + x^2\operatorname{tg}(x) + \operatorname{sen}(x)\cos(x)$

**7 —** Quantas retas tangentes a curva $y = \dfrac{x}{x+1}$ passam pelo ponto $(1, 2)$. Em quais pontos essas retas tangentes tocam a curva?

**8 —** Em que ponto a tangente a parábola $y = x^2 - 7x + 3$ é paralela a reta $5x + y - 3 = 0$.

**9 —** Achar a equação da tangente e da normal a curva $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$ no ponto $(1, -4)$.

**10 —** Dado $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$. Encontre os pontos do gráfico de $f$ nos quais a tangente é horizontal.

**11 —** Dado o polinômio $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Determine $a, b, c, d$ se $p(0) = p(1) = -2$ $p'(0) = -1$ e $p''(0) = 10$.

**12 —** Seja $f$ a função definida como:

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) \text{ se } x \leqslant c \\ ax + b \text{ se } x > c \end{cases}$$

Ache os valores de $a, b$ em termos de $c$ de modo que $f'(c)$ exista.

# Respostas dos Exercícios

**3 b.)**

$$\lim_{h\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen}(x)}{h} =$$

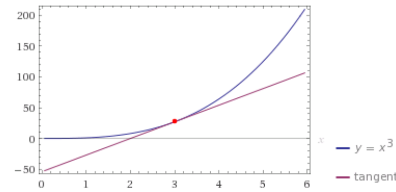
$$= \lim_{h\to 0} \frac{\operatorname{sen}(h/2)}{h/2} \cos\left(x + \frac{h}{2}\right) \quad =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\operatorname{sen}(h/2)}{h/2} \lim_{h\to 0} \cos\left(x + \frac{h}{2}\right)$$

**4** Dica: calcule as derivadas laterais pela direita e pela esquerda.

Se $x > 0$ então $g'(x) = 1$. Se $x < 0$ então $g'(x) = -1$. Conclua

**5 a.)** $y = 27(x-3) + 27$




**7** Dois pontos, $(-2 \pm \sqrt{3}, (1 \mp \sqrt{3})/2)$

**8** $x = 1$

**12** $a = \cos(c), b = -c\cos(c + \operatorname{sen}(c)$