

Lista 7 - Geometria Analítica

Planos

1 — Determine as equações paramétricas do plano:

- a) passando pelos pontos $(4, 3, 1)$, $(-3, 0, 4)$ e $(0, 0, 3)$
b) pelo ponto $(2, 1, 3)$ e contendo a reta

$$\frac{z-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{5}$$

- c) passando pelos pontos $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ e $(0, 0, c)$

2 — Mostre que os pontos $A = (2, 1, 0)$, $B = (3, 0, 2)$, $C = (0, 3, -4)$ e $D = (5, 1, 1)$ são coplanares. Eles são colineares?

3 — Ache a equação geral do plano:

- a) passando pelos pontos $(4, 3, 1)$, $(-3, 0, 4)$ e $(0, 0, 3)$
b) passando pelo ponto $(1, 0, 1)$ e de vetor normal $(3, 4, 5)$;
c) passando pelos pontos $A : (4, 0, 1)$, $B : (3, 2, 0)$ e $C : (-1, 2, 3)$;
d) pelo ponto $(2, 1, 3)$ e contendo a reta

$$\frac{z-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{5}$$

- e) passando pelos pontos $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ e $(0, 0, c)$ é
f) Por $(1, 1, 5)$ e contendo a reta:

$$\begin{cases} 1x + 3y + 2z = 2 \\ -2x - y + z = 4 \end{cases}$$

g) de equação paramétrica: $(1, 2, 1) + (1, 0, 1)t + (3, 4, 2)s$

h) de equação paramétrica: $(-1, 3, 2) + (2, -2, 1)t + (5, -1, 2)s$

4 — Dado um plano $ax + by + cz = d$. Mostre que

- a) $a \neq 0$, então uma equação paramétrica do plano é:

$$(x, y, z) = \left(-\frac{b}{a}t - \frac{c}{a}s + \frac{d}{a}, t, s\right)$$

- b) $b \neq 0$, então uma equação paramétrica do plano é:

$$(x, y, z) = \left(t, -\frac{a}{b}t - \frac{c}{b}s + \frac{d}{b}, s\right)$$

- c) $c \neq 0$, então uma equação paramétrica do plano é:

$$(x, y, z) = \left(t, s, -\frac{a}{c}t - \frac{b}{c}s + \frac{d}{c}\right)$$

5 — Dado um plano π passando pelos pontos A, B, C não colineares.

- a) Mostre que para qualquer escalar λ o vetor $\lambda \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ é um vetor normal a π (isto é, normal a todo vetor paralelo a π).
b) Mostre que todos os vetores normais a π são da forma $\lambda \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$

1 b.)

$$\pi: \begin{cases} x = 2 + 2t + s \\ y = 1 + 3t - s \\ z = 3 + 5t - s \end{cases}$$

2 (Dica: Mostre que \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} e \overrightarrow{AD} são LD.)

A, B e C são colineares (D não é colinear com os demais).

3 a.) $3x + 2y + 9z = 27$.

e.) $(bc)x + (ac)y + (ab)z = abc$.

f.) $P = (1, 1, 5)$, $Q = (0, -6/5, 14/5)$, $\mathbf{v} = (1, 1, -1)$.

5 a.) (Dica: $X \in \pi \Leftrightarrow \overrightarrow{AX} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$.)

b.) (Dica: Use definição de produto vetorial.)