

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

Lista Extra - Desafios - Funções de uma Variável

1 — Calcule os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt[3]{1+x} - 1} \quad (3/2)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{sen}(x)} - \sqrt{1 - \operatorname{sen}(x)}}{x} \quad (1)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{sen}(x))^{\frac{1}{x}} \quad (e)$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x} \quad (a - b)$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + x^n}$ para $x > 0$ (a resposta depende de x)

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}$

2 —

- a) Encontre o limite das áreas dos polígonos regulares de n – lados inscritos em um círculo de raio r quando $n \rightarrow \infty$.
- b) Prove a fórmula para a área do círculo

3 —

- a) Encontre o limite dos perímetros dos polígonos regulares de n – lados inscritos em um círculo de raio r quando $n \rightarrow \infty$.
- b) Prove a fórmula para o perímetro do círculo

4 — Prove que a função de Dirichlet

$$\xi(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

é descontínua em todos os pontos.

5 — Calcule as derivadas das seguintes funções:

a) $\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + x}}}$

b) x^{x^x}

c) $\int_{x^{\operatorname{sen}(x)}}^{\operatorname{sen}(x)^x} \cos(x^3) dx$

d) $\operatorname{sen}(x) \operatorname{sen}(2x) \cdots \operatorname{sen}(nx)$

6 — Use a definição de integral para calcular $\int_0^2 e^x dx$.

7 — Calcule as seguintes integrais:

a) $\int e^{\sqrt{x}} dx$

b) $\int \frac{\sin^2(x)}{e^x} dx$

c) $\int \frac{1}{1+z^4} dx$

d) $\int \cos^2(\ln(x)) dx$

e) $\int a^x \sin(bx) dx$

f) $\int \sqrt{c + bx + ax^2} dx$

g) $\int \frac{\cos(x)}{\sin^2(x) - 6 \sin(x) + 12} dx$

h) $\int \sin(x) \cos(x) e^{\cos(x)} dx$

i) $\int \frac{\ln(x) dx}{x \sqrt{1 - 4 \ln(x) - \ln^2(x)}}$

j) $\int \left(\operatorname{tg}^3\left(\frac{x}{3}\right) - \operatorname{tg}^4\left(\frac{x}{3}\right) \right) dx$

k) $\int \sin(x) \sin(2x) \sin(3x) dx$

l) $\int \frac{dx}{1 + \sin(x) + \cos(x)}$

m) $\int \frac{dx}{\cos^n(x)}$

n) $\int \sqrt{1 + (e^x - e^{-x})^2} dx$

o) $\int \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}} dx$

p) $\int \frac{1}{1 + 2^x} dx$

q) $\int \frac{9 + 6\sqrt{x} + x}{4\sqrt{x} + x} dx$

r) $\int_0^9 \sqrt{4 - \sqrt{x}} dx$

s) $\int \frac{2 + \sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}} dx$

t) $\int \frac{x^{1/4} + 5}{x - 16} dx$

u) $\int (27e^{9x} + e^{12x})^{1/3} dx$