UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

Lista 7

Funções de Uma Variável

Integral II

1 — Use o Teorema Fundamental do Cálculo para achar a derivada das seguintes funções:

a) $\int_0^x \sqrt{1+2t}dt$

b) $\int_1^x \ln(t)dt$

c) $\int_x^2 \cos(t^2)dt$

d) $\int_1^{\cos(x)} (t + \cos(t)dt$

e) $\int_1^{e^x} (t + \cos(t))dt$

f) $\int_{e^{x^2}}^0 \cos^2(t)dt$

g) $\int_{-e^{x^2}}^{e^x} \cos^2(t)dt$

h) $\int_{\sqrt{x}}^{x^3} \sqrt{t}\cos(t)dt$

2 — Use o Teorema Fundamental do Cálculo para calcular as seguintes integrais ou explique porque elas não existem:

a)

b) $\int_{-1}^4 x^6 dx$

c) $\int_{-2}^5 \pi dx$

d) $\int_{-1}^4 x^2 + 3x dx$

e) $\int_0^1 x^{3/2} dx$

f) $\int_1^8 \sqrt[3]{x} dx$

g) $\int_{-1}^4 x^6 dx$

h) $\int_{-5}^5 \frac{2}{x^3} dx$

i) $\int_0^2 x(2 + x^5)dx$

j) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

k) $\int_0^{\pi/4} \sec^2(x)dx$

l) $\int_\pi^{2\pi} \csc^2(\theta)d\theta$

m) $\int_0^1 e^{v+1} dv$

n) $\int_0^1 5^t dt$

o) $\int_0^1 \frac{1}{t^2+1} dt$

3 — Calcule as integrais fazendo as seguintes substituições:

a) $\int \cos(3x)dx \quad u = 3x$

b) $\int x(4 + x^2)^{10} dx \quad u = 4 + x^2$

c) $\int x^2\sqrt{x^3+1}dx \quad u = x^3 + 1$

d) $\int \frac{\operatorname{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx \quad u = \sqrt{x}$

e) $\int e^{\operatorname{sen}\theta} \cos(\theta)d\theta \quad u = \operatorname{sen}(\theta)$

4 — Calcule as seguintes integrais indefinidas:

a) $\int 2x(x^2 + 3)^4 dx$

b) $\int (3x-2)^{20} dx$

c) $\int (2-x)^{100} dx$

d) $\int \frac{x}{(x^2+1)^2} dx$

e) $\int \frac{1}{5-3x} dx$

f) $\int \frac{2}{(3t+1)^{2.4}} dt$

g) $\int y^3 \sqrt{2y^4-1} dy$

h) $\int \sqrt{4-2x} dx$

i) $\int \operatorname{sen}(\pi t) dt$

j) $\int \sec^2(2x)\tan(2x) dx$

k) $\int \frac{(\ln(x))^2}{x} dx$

l) $\int \frac{\arctan(x)}{1+x^2} dx$

m) $\int \frac{z^3}{\sqrt[4]{1+z^4}} dx$

n) $\int e^x \sqrt{1+e^x} dx$

o) $\int \sec^3(x)\tan(x) dx$

p) $\int x^a(\sqrt{b+cx^{a+1}}) dx \quad c \neq 0, a \neq -1$

q) $\int \frac{x}{1+x^4} dx$

r) $\int x e^{-x^2} dx$

s) $\int \frac{x^2}{1+x^6} dx$

5 — Calcule as integrais usando integração por partes e as seguintes escolhas de u e dv:

a) $\int x\ln(x) dx, \quad u = \ln(x), dv = x dx$

b) $\int \theta \sec^2(\theta) dx, \quad u = \theta, dv = \sec^{(}\theta) dx$

6 — Calcule as seguintes integrais:

a) $\int x\cos(5x) dx$

b) $\int r e^{r/3} dr$

c) $\int x^2 \cos(mx) dx$

d) $\int \ln(2x+1) dx$

e) $\int t^3 e^t dt$

f) $\int (\ln(x))^2 dx$

g) $\int z \operatorname{senh}(z) dz$

h) $\int_0^1 (x^2+1)e^{-x} dx$

i) $\int_1^4 \sqrt{t}\ln(t) dt$

j) $\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x^2} dx$

k) $\int_0^1 x 2^x dx$

l) $\int \cos(\ln(x) dx$

7 — Primeiro faça uma substituição e depois use integração por partes para calcular as integrais:

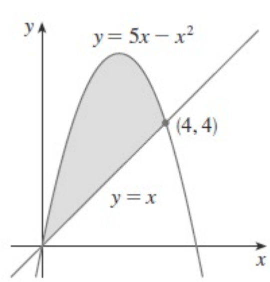
a) $\int \operatorname{sen}(\sqrt{x}) dx$

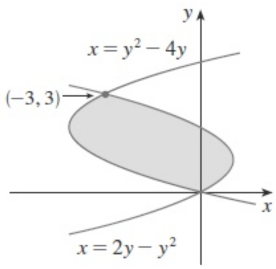
b) $\int_1^4 e^{\sqrt{x}} dx$

c) $\int x^5 e^{x^2} dx$

8 — Determine a área da região em cinza:

a)



b) 

9 — Esboce a região delimitada pelas curvas e decida se a integração deve ser feito com relação a variável x ou y. desenhe um retângulo típico com sua altura e largura. Finalmente ache a área da região.

a) $y = x + 1, \quad y = 9 - x^2, \quad x = -1, \quad x = 2$

b) $y = \operatorname{sen}(x), \quad y = x^2$

c) $y = x^2, y = x^4$

d) $y = 1/x, \quad y = 1/x^2, \quad x = 2$

e) $x = 2y^2 \quad x + y = 1$

f) $y = \cos(x) y = 1 - 2x/\pi$

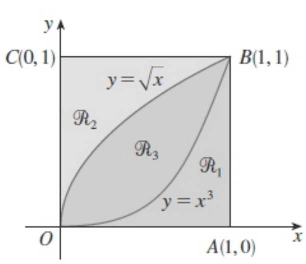
g) $y = \operatorname{sen}(\pi x) \quad y = x^2 - x \quad x = 2$

10 — Ache a área da região delimitada pela parábola $y = x^2$ a reta tangente a está parábola no ponto $(1, 1)$ e o eixo x.

11 — Ache o número b tal que a reta $y = b$ divida a região limitada pelas curvas $y = x^2$ e $y = 4$ em duas regiões de áreas iguais.

12 — Determine c para que a área da região delimita pelas parábolas $y = x^2 - c^2$ e $y = c^2 - x^2$ seja 576.

13 — Dada a figura abaixo ache o volume do sólido gerado rotacionando a região indicada em torno da reta especificada:



a) $\mathcal{R}_1$ ao longo de OA

b) $\mathcal{R}_1$ ao longo de OC

c) $\mathcal{R}_1$ ao longo de AB

d) $\mathcal{R}_1$ ao longo de BC

e) $\mathcal{R}_2$ ao longo de OA

f) $\mathcal{R}_2$ ao longo de OC

g) $\mathcal{R}_2$ ao longo de AB

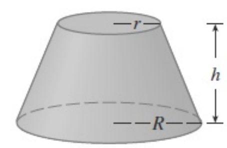
h) $\mathcal{R}_3$ ao longo de OA

i) $\mathcal{R}_3$ ao longo de OC

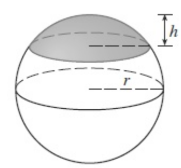
14 — Determine o volume dos sólidos S, usando integração.

a) Um cone circular reto de altura h e base r.

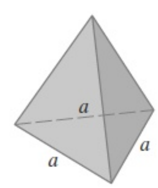
b) Um cone truncado de base circular



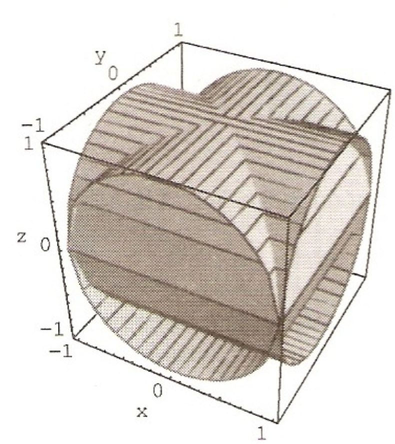
c) Uma calota esférica

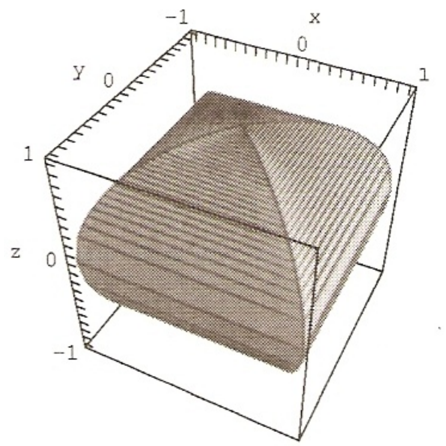


d) Uma piramide de altura h e base um triângulo equilátero de lado a.



e) A região delimitada por dois cilindros circulares retos que se interceptam perpendicularmente.





f) Ache o volume comum a duas esferas de raio r se o centro de cada esfera está na superfície da outra.

15 — Use o método das cascas cilíndricas para encontrar o volume da região gerada pela rotação em torno do eixo y da região delimitada pelas curvas abaixo:

a) $y = 1/x, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 2$

b) $y = x^2, \quad y = 0 \quad x = 1$

c) $y = e^{-x^2}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1$

16 — Use o método das cascas cilíndricas para encontrar o volume da região gerada pela rotação em torno do eixo x da região delimitada pelas curvas abaixo:

a) $x = 1 + y^2, \quad x = 0, \quad y = 1, \quad y = 2$

b) $x = \sqrt{x}, \quad x = 0, \quad y = 1$

17 — Calcule o trabalho realizado pela força $F(x)$ quando a partícula se desloca de a até b:

a) $F(x) = 3$ de $a = 0$ até $b = 2$

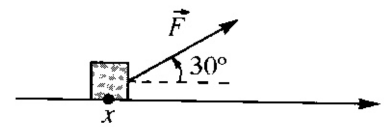
b) $F(x) = x^2 + 3x$ de $a = -1$ até $b = 2$

c) $F(x) = \frac{-1}{x^2}$ de $a = 1$ até $b = 2$

d) $F(x) = \text{sen}(x)$ de $a = 0$ até $b = \pi$

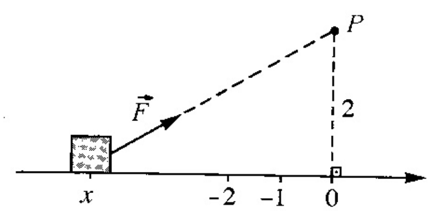
e) $F(x) = x^5$ de $a = 1$ até $b = 3$

18 — Sobre uma partícula que se desloca sobre o eixo x atua uma força $\overrightarrow{F}$ de intensidade $3x$ e que forma com o eixo x um ângulo de 30°



Calcule o trabalho realizado por $\overrightarrow{F}$ ao deslocar a partícula de $x = 0$ até $x = 3$.

19 — Sobre uma partícula que se desloca sobre o eixo x atua uma força $\overrightarrow{F}$ sempre dirigida para o ponto P e cuja intensidade é igual ao inverso do quadrado da distância da partícula a P



Calcule o trabalho realizado por $\overrightarrow{F}$ ao deslocar a partícula de $x = -2$ até $x = -1$.

20 — Uma partícula se move ao longo do eixo x com uma função velocidade $v(t) = t^2 e^{-t}$
Qual a distância percorrida pela partícula entre $t = 0$ e $t = 5$?