

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC

Lista 9

Funções de Uma Variável

Integrais Impróprias

1 — Calcule as integrais impróprias abaixo:

a) $\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

b) $\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

c) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

d) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{|x|}} dx$

e) $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin^2 x} dx$ [Dica no final]

2 — Determine para quais valores de $p > 0$ cada integral abaixo converge e, nesse caso, calcule a integral:

a) $\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx$

b) $\int_1^\infty \frac{1}{x^p} dx$

3 — Determine se a integral diverge ou converge e, nesse último caso, calcule a integral:

a) $\int_0^\infty \sin x dx$

b) $\int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx$

c) $\int_{-\infty}^\infty \frac{1}{x^2 + 4x + 9} dx$

d) $\int_0^{1/2} \frac{1}{x \ln x} dx$

e) $\int_0^{1/2} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$

f) $\int_2^\infty \frac{1}{x \sqrt{\ln x}} dx$

g) $\int_2^\infty \frac{1}{x \ln x} dx$

h) $\int_0^\infty \frac{1}{x(1+\ln^2 x)} dx$

i) $\int_0^\infty \left(\frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2} \right) dx$ [Dica no final]

j) $\int_0^\infty \frac{1}{x+1} dx$

k) $\int_0^\infty \frac{1}{x^2 - x + 1} dx$

l) $\int_2^\infty \frac{1}{x^2 - 1} dx$

m) $\int_2^\infty \frac{1}{(x^2 - 1)^2} dx$

Dicas 1e) $\sin x = \frac{\tan x}{\sec x}$. 3g) Integre por partes $\int \frac{\cos x}{x} dx$ e compare com a integral da outra parcela.