

Funções de Varias Variáveis - FVV - Noturno (2008)

Profs. Stilante, Edson

1ª Lista Mínima de Exercícios (Parte I) - Domínios, Gráficos e Níveis

A. Domínios, imagens e curvas de nível

1. Nos seguintes exercícios, (i) encontre o domínio, (ii) encontre a imagem, e (iii) descreva as curvas de nível da função:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} & f(x, y) = x^2 - y^2 & \text{(b)} & f(x, y) = \frac{y}{x^2} & \text{(c)} & f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{16 - x^2 - y^2}} \\ \text{(d)} & f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} & \text{(e)} & f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) & \text{(f)} & f(x, y) = e^{-(x^2 + y^2)} \end{array}$$

B. Gráficos

1. Esboce o gráfico das funções a seguir

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} & f(x, y) = 3 & \text{(b)} & f(x, y) = y & \text{(c)} & f(x, y) = 1 - x - y \\ \text{(d)} & f(x, y) = \cos(x) & \text{(e)} & f(x, y) = 1 - x^2 & \text{(f)} & f(x, y) = 3 - x^2 - y^2 \\ \text{(g)} & f(x, y) = 4x^2 + y^2 + 1 & \text{(h)} & f(x, y) = \sqrt{16 - x^2 - 16y^2} & \text{(i)} & f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \end{array}$$

C. Vários

1. Uma camada fina de metal, localizada no plano xy , tem temperatura $T(x, y)$ no ponto (x, y) . As curvas de nível de T são chamadas de *isotérmicas* porque todos os pontos em uma isotérmica têm a mesma temperatura. Faça o esboço de algumas isotérmicas se a função temperatura for dada por

$$T(x, y) = \frac{100}{1 + x^2 + 2y^2}.$$

2. Se $V(x, y)$ é o potencial elétrico de um ponto (x, y) do plano xy , as curvas de nível de V são chamadas *curvas equipotenciais*, porque nelas todos os pontos têm o mesmo potencial elétrico. Esboce algumas curvas equipotenciais de

$$V(x, y) = \frac{c}{\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}},$$

onde c é uma constante positiva.

3. Dada a função $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$, pede-se:

- (a) As equações das curvas de nível $z = \frac{1}{4}$, $z = 4$ e $z = 9$.
(b) A equação e o esboço da curva de nível que contém o ponto $(0, 2)$.
(c) Um esboço do gráfico da função.

D. Desafio

Seja $f(x, y) = \sqrt{10 - x - y^2}$.

- Represente o domínio de f no plano xy e determine a imagem de f .
- Identifique as interseções do gráfico de f com os planos $z = 0$, $z = 1$, $z = 2$, $y = 0$ e $x = 0$.
- Faça um esboço do gráfico de f .

1ª Lista Mínima de Exercícios (Parte II)

F. Identificando Superfícies de Nível ¹

- Associe a função (a) com seu gráfico (indicado por A-F na figura 1) e (b) com suas respectivas curvas nível (indicado por I-VI na figura 2).

(1) $z = \text{sen}(\sqrt{x^2 + y^2})$	(2) $z = x^2 y^2 e^{(-x^2 - y^2)}$	(3) $z = \frac{1}{x^2 + 4y^2}$
(4) $z = x^3 - 3xy^2$	(5) $z = \text{sen}(x) \text{sen}(y)$	(6) $z = \text{sen}^2(x) + \frac{1}{4}y^2$

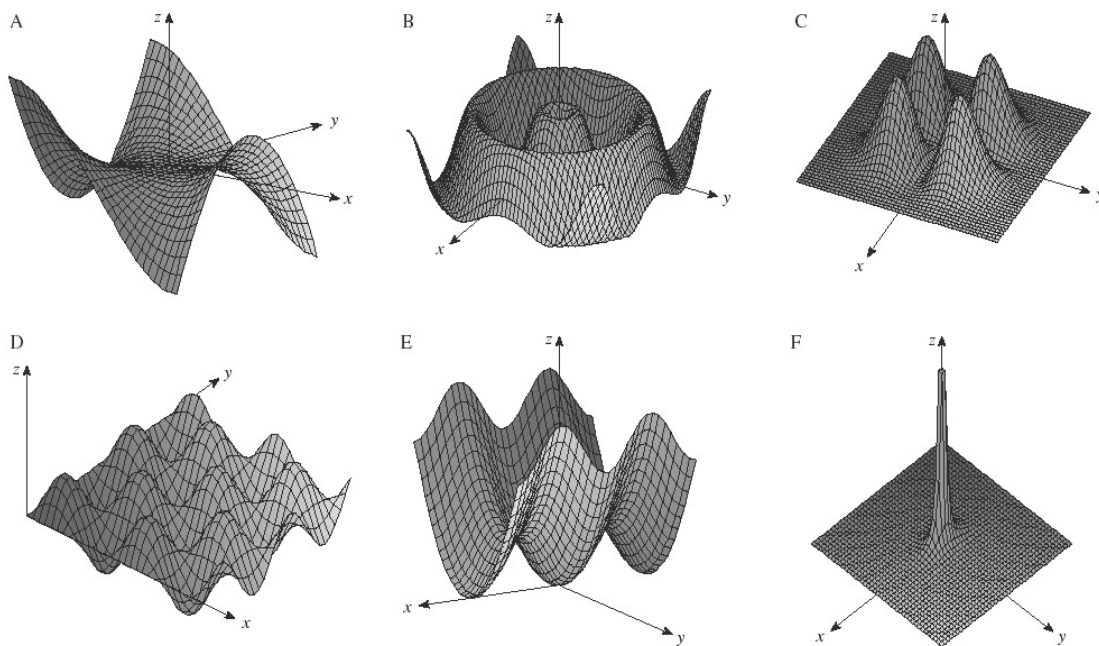


Figura 1

¹(Fonte das figuras: *Cálculo*, Stewart, 5ª edição, vol 2, pag 899, Cengage Learning)

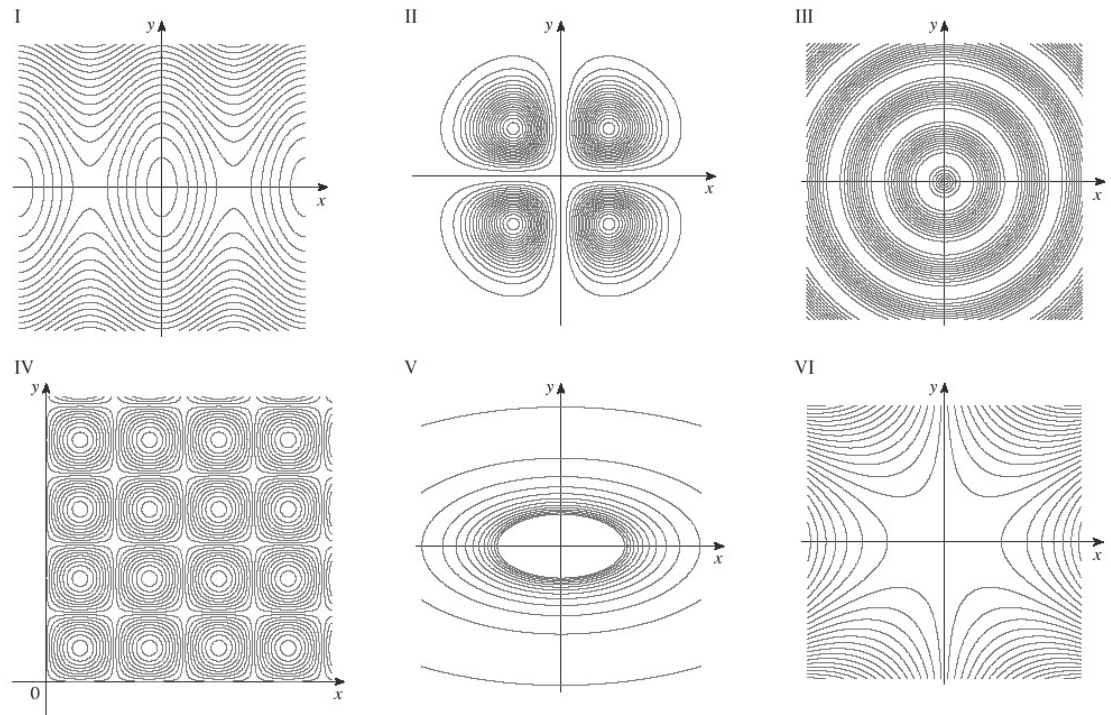


Figura 2

2. Na figura 3 são mostradas curvas de nível para a função f . Use-as para estimar o valor de $f(-3, 3)$ e $f(3, -2)$. O que você pode dizer sobre a forma do gráfico de $f(x, y)$?

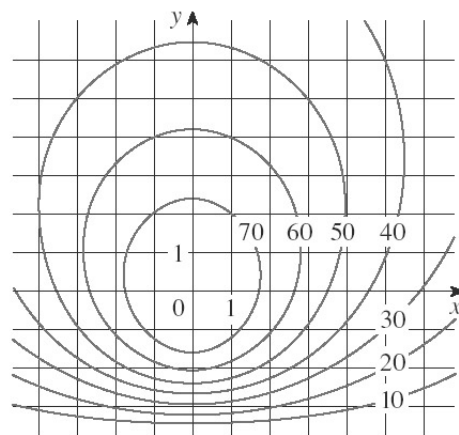


Figura 3