

# Lista 8 - Geometria Analítica

## Círculos, Esferas e Cônicas

1 — Ache a equação dos seguintes círculos:

- Centro  $(-2, 5)$  e raio  $r = 3$ .
- Centro  $(5, 2)$  e passando pelo ponto  $(2, 3)$
- Tangente ao eixo  $y$  na origem e raio  $a$
- Centro  $(3, -2)$  tangente a  $2x - y = 0$
- Tangente a  $2x - 5y + 1 = 0$  no ponto  $(2, 1)$  e raio 3 (duas respostas)

2 — Identifique, dando o centro e o raio.

- $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 12$
- $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0$

3 — Ache a equação do círculo que passa pelos pontos  $(4, 0)$ ,  $(0, 3)$  e a origem.

4 — Verifique que as equações abaixo descrevem esferas, em caso afirmativo identifique o centro e o raio:

- $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 10 = 0$
- $x^2 - 6x + y^2 - 4y + z^2 + 14z + 58 = 0$

5 — no ponto indicado:

- Ache a equação a reta tangente a  $x^2 + y^2 = 25$  no ponto  $(-3, 4)$ ;
- Ache as retas tangentes ao círculo  $x^2 + y^2 = 4x$  que passam pelo ponto  $(3, 2)$ .
- Uma corda da circunferência  $x^2 + y^2 = 25$  se encontra sobre a reta cuja equação

é  $x - 7y + 25 = 0$ . Qual o comprimento dessa corda?

6 — As equações dos lados de um triângulo são  $9x + 2y + 13 = 0$ ,  $3x + 8y - 47 = 0$  e  $x - y - 1 = 0$ . Encontrar a equação da circunferência circunscrita.

7 — Qual a equação da circunferência que passa pelos pontos  $(1, 2)$ ,  $(3, 4)$  e que tem centro sobre o eixo  $y$ ?

8 — Ache a equação dos círculos que passam pelos seguintes conjuntos de pontos. Diga qual o centro, o raio e desenhe.

- $(3, 4)$ ,  $(-1, 2)$ ,  $(-2, 4)$
- $(a, 0)$ ,  $(b, 0)$ ,  $(0, c)$

9 — Mostrar que o plano tangente à esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$  no ponto  $(a, b, c)$  tem equação  $ax + by + cz = r^2$

10 — Ache a equação da esfera que passa pelos pontos  $(0, 0, 1)$ ,  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  e cujo centro esta no plano  $x + y - z = 0$

11 — Ache a esfera que tem centro na reta

$$r: \begin{cases} x = 2z - 3 \\ y = z - 1 \end{cases}$$

e passa pelos pontos  $(6, -1, 3)$  e  $(0, 7, 5)$

12 — Encontre a equação dos planos que contêm a reta  $r$  e são tangentes a esfera  $S$ :

$$r: \frac{x+6}{2} = y+3 = z+1$$

$$e S: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4z + 4 = 0.$$

13 — Fixado um sistema de coordenadas cartesiano, escreva a equação e esboce o gráfico:

(a) da elipse de focos  $(\pm 5, 0)$  e dois vértices  $(\pm 13, 0)$ ;

(b) da elipse de focos  $(0, \pm 6)$  e eixo maior medindo 34;

(c) da elipse de vértices  $(\pm 5, 0)$  e excentricidade  $e = \frac{3}{5}$ , onde  $e$  é a razão entre a distância focal e o comprimento do eixo maior. Os focos estão no eixo  $Ox$ ;

(d) da elipse de extremidades do eixo menor  $(0, \pm 4)$ , e o comprimento  $L = \frac{8}{5}$  da corda perpendicular ao eixo maior da elipse e que passa por um dos focos;

(e) da hipérbole de vértices  $(\pm 2, 0)$  e focos  $(\pm 3, 0)$ ;

(f) da hipérbole de vértices  $(\pm 15, 0)$  e assíntotas  $5y = \pm 4x$ ;

(g) da hipérbole de assíntotas  $y = \pm x$  passando pelo ponto  $(5, 9)$ ;

(h) da parábola com vértice na origem e foco  $(8, 0)$ ;

(i) da parábola com vértice na origem e diretriz  $y = 2$ ;

(j) da parábola com vértice na origem, eixo de simetria  $Ox$ , passando pelo ponto  $(5, 10)$ .

*(Adaptado de Camargo e Boulos: Geometria Analítica - Um Tratamento Vetorial)*

14 — Identifique a cônica, determine seus vértices, focos, medida dos eixos, assíntotas no caso de hipérbolas e reta diretriz no caso de parábola:

(a)  $7x^2 = 15y$

(b)  $y^2 - x^2 = 16$

(c)  $16x^2 + 25y^2 = 400$

(d)  $3x^2 - y^2 = 3$

(e)  $2x^2 + y^2 = 50$

(f)  $y^2 + 28x = 0$

*(Adaptado de Camargo e Boulos: Geometria Analítica - Um Tratamento Vetorial)*