Lista 6 - Geometria Analítica

Retas

1 — Duas partículas P_1 e P_2 se movem retilineamente e uniformemente. A primeira partícula inicia seu movimento em $A : (-5,4,-5)$ e se move com velocidade $v = 14$ na direção do vetor $(3,-6,3)$, a segunda partícula começa no ponto $B : (-5,16,-6)$ e se move com velocidade $v = 13$ na direção oposta ao vetor $(-4,12,-3)$.

a) Escreva as equações de movimento para cada partícula.

b) Mostre que suas trajetórias se interceptam e ache o ponto P de intersecção.

c) Determine o tempo que a primeira partícula gasta para ir de A até P.

d) Determine o tempo que a segunda partícula gasta para ir de B até P.

2 — Determine as equações na forma paramétrica e na forma simétricas das seguintes retas:

a) A reta que passa pelos pontos $A : (1,4,-2)$ e $B : (0,1,1)$

b) A reta que passa pelos pontos $A : (1,0,-2)$ e $B : (3,1,1)$

c) As retas que determinam os eixos x, y, z

d) A reta paralela ao eixo z que passa pelo ponto $(1,2,1)$

e) A reta paralela ao eixo x que passa pelo ponto $(1,2,1)$

f) A reta paralela a reta $\frac{1-2x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{2z+1}{4}$ que passa pelo ponto $(2,1,0)$

g) A reta paralela a reta

$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 5t \\ z = -1 - t \end{cases}$$

que passa pelo ponto $(2,1,0)$

3 — Dados $\mathbf{v}$ e $\mathbf{v}'$ vetores não nulos paralelos, ou seja, $\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}'$. Mostre que $X = A + \mathbf{v}t$ e $X = A + \mathbf{v}'t$ são equações vetoriais para a mesma reta.

4 —

a) A reta que intercepta o eixo x no ponto $(a,0)$ e o eixo y no ponto $(0,b)$ sendo ambos os pontos distintos da origem. Mostre que a equação dessa reta pode ser escrita como:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

f

b) Ache a equação da reta que passa a uma distância h da origem e cujo segmento de tamanho h forma um ângulo α como o eixo x.
Dica: Ache os pontos onde a reta intercepta o eixo x e o eixo y em termos de h, α e use o resultado do item a.

5 — Dado $A : (1, 2)$. Ache o ponto B tal que o triângulo OAB seja equilátero.

6 — Ache a equação da reta perpendicular ao plano que passa pelos pontos $(3, 4, 2)$, $(-1, 5, 3)$, $(2, 1, 4)$ e que passe pela origem.

7 — Escreva as equações do movimento do ponto $P : (x, y, z)$ que começa em $(3, -1, -5)$ e que se move retilineamente e uniformemente na direção do vetor $(-2, 6, 3)$ com velocidade $v = 14$.

8 — Escreva as equações do movimento do ponto $P : (x, y, z)$ que se move retilineamente e uniformemente e percorreu a distância distância entre os pontos $(-7, 12, 5$ e $(9, -4, -3)$ no intervalo de tempo $t_1 = 1$ e $t_2 = 4$.

9 — Dados $A = (1, 2, 3)$ e $B = (4, 5, 6)$ determine a equação paramétrica da reta que passa por A e B. Determine também os pontos onde essa reta corta os planos coordenados XY, XZ e YZ.

10 — Os lados de um triângulo estão sobre as retas $y = 2x + 1$, $y = 3x - 2$ e $y = 1 - x$. Ache os vértices desse triângulo.

11 — Ache a equação das três medianas de um triângulo com vértices $(a, 0), (b, 0), (0, c)$.

12 — Os pontos $A = (2, 5)$ e $B = (14, 1)$ são simétricos em relação a uma reta. Determine a equação canônica e paramétrica dessa reta.

13 — Chama -se baricentro de um triângulo o ponto de encontro das três medianas. Determine as coordenadas do baricentro do triângulo ABC nos seguintes casos.

a) $A = (1, 5), B = (3, 2)\ C = (2, 4)$

b) $A = (x_1, y_1), B = (x_2, y_2)$ e $C = (x_3, y_3)$

14 — O ponto em que duas retas não paralelas se encontram deve satisfazer ambas equações. Ache o ponto de intersecção de $3x - 4y = 1$ e $4x + 6y = 14$.

Nos próximos exercícios ache a equação da reta e desenhe uma figura de cada.

15 — A linha que passa por $(-5, 7)$ perpendicular a $4x - 5y = 10$.

16 — Duas retas por $(-2, 3)$, uma paralela e outra perpendicular a $3x + 2y + 5 = 0$

17 — A reta que passa por $(a, 0)$ perpendicular a $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

18 — No triângulos de vértice $(a, 0), (b, 0), (0, c)$:

a) ache as equações das três alturas;

b) ache as equações das três medianas;

c) prove que as três alturas se encontram num ponto H chamado ortocentro do triângulo.

d) prove que as três medianas se encontram num ponto O', chamado circuncentro do triângulo.

19 — Ache duas linhas retas de inclinação $\frac{2}{3}$ que fazem com os eixos coordenados um triângulo de área $\frac{4}{3}$

20 — Determine a e b de modo que as equações $x = at + 1$ e $y = bt + 5$ sejam uma representação paramétrica da reta $y = 2x + 3$.

21 — Identifique a linha cujas equações são $2x - 1 = 4y + 8 = 3z - 5$. Ache o vetor diretor e três pontos que pertençam a essa reta.

22 — Ache a equação padrão da reta $3x - 2y + 5z = 6$, $2x + y - 3z = 0$. Escreva a equação da reta na forma paramétrica.

3 (Dica: Mostre que as retas são paralelas e passam pelo mesmo ponto sendo assim coincidentes).