Terceiro roteiro de exercícios no Scilab
Cálculo Numérico

Rodrigo Fresneda

12 de abril de 2012

Guia para respostas:

Entregue suas respostas às tarefas contidas no roteiro, incluindo quaisquer algoritmos pedidos.

Data limite para entrega: 25/04/2012

1 Resolução de sistemas lineares

O circuito mostrado a seguir é frequentemente usado em medida elétricas e é conhecido com uma "Ponte de Wheatstone".

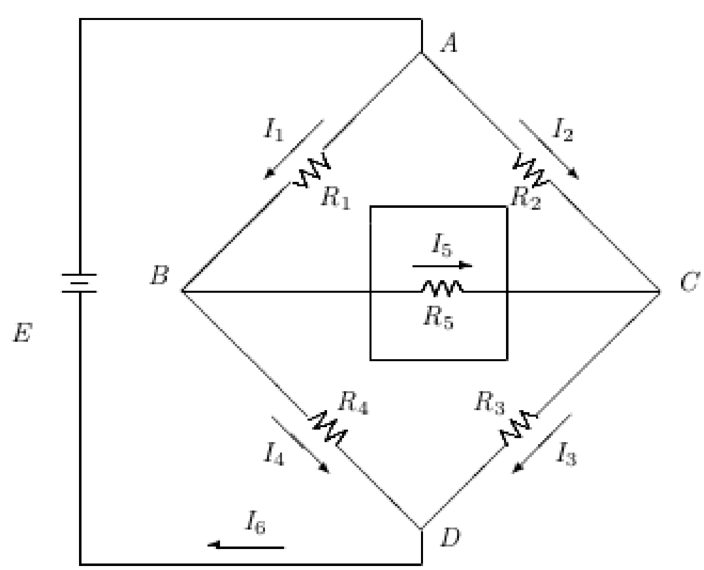

Figura 1: Ponte de Wheatstone

As equações que governam o sistema são obtidas a partir da lei de Kirchoff. Para a malha fechada através da bateria e ao longo de ABD, temos:

$$I_1R_1 + I_4R_4 - E = 0$$

Para a malha fechada ABCA:

$$I_1R_1 + I_5R_5 - I_2R_2 = 0$$

Para a malha fechada BCDB:

$$I_5R_5 + I_3R_3 - I_4R_4 = 0$$

Para o nó A:

$$I_6 = I_1 + I_2$$

Para o nó B:

$$I_1 = I_4 + I_5$$

Para o nó C:

$$I_3 = I_2 + I_5$$

Aqui os $R_1 = R_5 = 10\Omega$, $R_2 = R_3 = R_4 = 100\Omega$ são as resistências; I_i são as correntes, e $E = 20V$ a tensão aplicada ao circuito.

Tarefa 1: Monte o sistema linear $Ax = b$ a partir do problema acima. O vetor x deve representar as correntes em ordem crescente, i.e., $x = (I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6)$.

Tarefa 2: Verifique que o sistema obtido pode ser resolvido por eliminação Gaussiana sem pivotamento: calcule os primeiros menores principais. (Dica: para calcular o terceiro menor, por exemplo, faça $\det(A(1:3, 1:3))$ onde A é a matriz de coeficientes do sistema.

Tarefa 3: Escreva uma função no Scilab que realize eliminação Gaussiana sem pivotamento. Seu algoritmo deve receber como parâmetro a matriz aumentada do sistema, e retornar o vetor de soluções. Utilize seu algoritmo para resolver o sistema linear dado (determine os valores das correntes).

1.1 Método de Jacobi

Tarefa 4: Escreva uma função no Scilab para resolver sistemas lineares pelo método de Jacobi. Sua função deve ter como parâmetro a matriz aumentada do sistema, e deve retornar o vetor de soluções. No seu algoritmo, utilize uma condição de parada do tipo:

$$\left\| x^{(k)} - x^{(k-1)} \right\|_\infty < \epsilon \cdot max(1, \left\| x^{(k)} \right\|_\infty)$$

Para o erro, utilize *eps*. No scilab, a norma do máximo $\|x\|_\infty$ tem a forma "norm(x,%inf)". Seu algoritmo também deve testar convergência, verificando se

$$max(abs(spec(B))) < 1\,,$$

isto é, so o maior autovalor da matriz de iteração B é menor que 1 em módulo.

Tarefa 5: Aplique seu algoritmo ao problema do circuito proposto na seção 1. Faça as trocas de linhas necessárias para que o método de Jacobi possa ser aplicado. Compare seus resultados com aqueles obtidos por eliminação Gaussiana.

1.2 Eliminação Gaussiana com pivotamente parcial

Considere um sistema linear cuja matriz de coeficientes é a matriz de Hilbert de ordem 12,

$$h_{ij} = \frac{1}{i+j-1}\,,\ i,j = 1,2,3...,12\,,$$

e cujo vetor de constantes é dado por

$$b = \begin{pmatrix} 3.1048747 \\ 2.1815712 \\ 1.7528267 \\ 1.4860237 \\ 1.2984136 \\ 1.1571464 \\ 1.0459593 \\ 0.9556691 \\ 0.8806136 \\ 0.8170732 \\ 0.7624855 \\ 0.7150172 \end{pmatrix}$$

Tarefa 6: resolva o sistema proposto utilizando seu algoritmo de eliminação Gaussiana sem pivotamento feito na tarefa 3.

Tarefa 7: modifique seu algoritmo de eliminação Gaussiana para realizar pivotamento parcial (de linhas). Aplique esse novo algoritmo ao problema aqui proposto, e compare seus resultado com aqueles obtidos na tarefa 4. Explique quaisquer discrepâncias.

Tarefa 8: finalmente, aperfeiçoe seu algoritmo de eliminação Gaussiana com pivotamento parcial com uma subrotina de refinamento iterativo e aplique-o ao problema desta seção (coloque um ponto de parada quando o vetor resíduo for da ordem de eps). Discuta seus resultados.