Sexta lista de Cálculo Numérico
Primeiro trimestre de 2012
Rodrigo Fresneda

25 de abril de 2012

1. Aplicar a regra do trapézio para calcular

$$\int_{1.00}^{1.30} \sqrt{x}dx$$

utilizando os dados da tabela

x	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30
$\sqrt{x}$	1.0000	1.0247	1.0488	1.0723	1.0954	1.1180	1.1401

2. Use a regra 1/3 de Simpson para calcular

$$\int_{1.0}^{1.6} \ln x dx$$

usando a tabela

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
$\ln x$	0	0.095	0.182	0.262	0.336	0.405	0.470

3. Usando a regra 3/8 de Simpson e $h = 0.4$ e $h = 0.2$, calcular

$$\int_{0}^{1.2} e^{-x} \sin x dx$$

sabendo

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
e^{-x}	1.000	0.819	0.670	0.548	0.449	0.367	0.301
$\sin x$	0	0.198	0.398	0.565	0.717	0.841	0.932

4. Determine h de modo que a regra do trapézio forneça o valor de

$$\int_{0}^{1} e^{-x^2} dx$$

com erro inferior a 0.5×10^{-6}.

5. Determine h de modo que a regra 3/8 de Simpson forneça o valor de

$$\int_{0.2}^{0.8} \sin x dx$$

com erro inferior a 0.5×10^{-3}.

6. Calcule as integrais a seguir pela regra do trapézio e pelas regras 1/3 e 3/8 de Simpson usando seis divisões do intervalo de integração. Compare os resultados.

$$a) \int_1^{2.5} x \ln x dx\ , \ b) \int_{-1.5}^{0} x e^x dx$$

7. Considere a integral

$$I\left(a\right) = \int_0^a x^2 e^{-x} dx$$

   (a) Obtenha $I\left(1\right)$ com duas casas decimais corretas usando a regra de Simpson.

   (b) Calcule exatamente, a menos de erros de arrendondamento $I\left(\infty\right)$, usando quadratura gaussiana.

8. Utilize as tabelas no apêndice abaixo para calcular as integrais abaixo por quadratura gaussiana:

   (a)

$$\int_{-1}^{1} \frac{\sin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

   (b)

$$\int_1^2 \frac{dx}{x}$$

   (c)

$$\int_{-2}^{2} \frac{x^3+2x^2}{4\sqrt{4-x^2}} dx$$

   (d)

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx$$

   (e)

$$\int_1^{\infty} e^{-x} x^2 dx$$

   (f)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x^2}}{2} x^2 dx$$

Apêndice

Polinômios de Legendre $\omega(x) = 1$, $[a,b] = [-1,1]$		
P_n	raízes	pesos
P_2	± 0.5773502691	0.1000000000×10^1
P_3	± 0.7745966692	0.5555555555
	0.0000000000	0.8888888888
P_4	± 0.8611363115	0.6521451548
	± 0.3399810435	0.3478548451

Polinômios de Chebychev $\omega(x) = \left(1 - x^2\right)^{-1/2}$, $[a,b] = [-1,1]$		
T_n	zeros	pesos
T_2	± 0.7071067811	0.1570796326×10^1
T_3	± 0.8660254037	0.1047197551×10^1
	0.0000000000	0.1047197551×10^1
T_4	± 0.9238795325	0.37853981633
	± 0.3826834323	0.37853981633

Polinômios de Laguerre $\omega(x) = e^{-x}$, $[a,b] = [0,\infty]$		
L_n	zeros	pesos
L_2	0.5857864376	0.1570796326×10^1
	0.3414213562×10^1	0.1464466094
L_3	0.4157745567	0.7110930099
	0.2294280360×10^1	0.278517735
	0.6289945082×10^1	$0.1038925650 \times 10^{-1}$
L_4	0.3225476896	0.6031541043
	0.1745761101×10^1	0.3574186924
	0.4536620296×10^1	$0.3888790851 \times 10^{-1}$
	0.9395070912×10^1	$0.5392947055 \times 10^{-3}$

Polinômios de Hermite $\omega(x) = e^{-x^2}$, $[a,b] = [-\infty,\infty]$		
H_n	zeros	pesos
H_2	± 0.7071067811	0.8862269254
H_3	$\pm 0.1224744871 \times 10^1$	0.2954089751
	0.0000000000	0.1181635900×10^1
H_4	$\pm 0.1650680123 \times 10^1$	$0.8131283544 \times 10^{-1}$
	± 5246476323	0.8049140900