

# Geometria das Curvas Planas

Iris Gobato Gercov (orientanda)

[iris.gercov@ufabc.edu.br](mailto:iris.gercov@ufabc.edu.br)

Armando Caputi (orientador)

[armando.caputi@ufabc.edu.br](mailto:armando.caputi@ufabc.edu.br)

## RESUMO

Objetos geométricos por excelência. É assim que o matemático e historiador da matemática Enrico Giusti define as curvas:

*“Objetos geométricos por excelência, as curvas desempenham, no imaginário matemático, o delicado papel de uma região de fronteira onde desembocam atividades diferentes e, às vezes, contrapostas. Essas remetem ao desenho, ao projeto, ao construir, mas juntas simbolizam o gesto e a beleza; ao mesmo tempo, objetos da imaginação e instrumentos da técnica.”* (Enrico Giusti, in *Oltre il Compasso - La geometria delle curve*, Scuola Normale Superiore di Pisa, 1993)

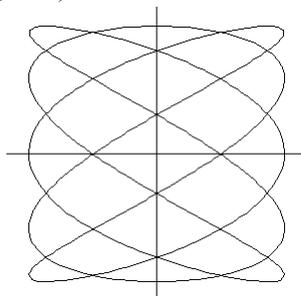


Figura 1 – Curva de Lissajous

(<http://virtualmathmuseum.org/Curves/lissajous/lissajous.html>)

Desde a origem da geometria, as curvas permeiam praticamente toda a atividade e pensamento dos matemáticos, que nunca pouparam esforços para estudá-las, classificá-las, medi-las e até excogitar instrumentos para traçá-las. No âmbito das ciências naturais, as curvas também ocupam um lugar de destaque, já que se prestam fortemente à modelação e à descrição de inúmeros fenômenos naturais.

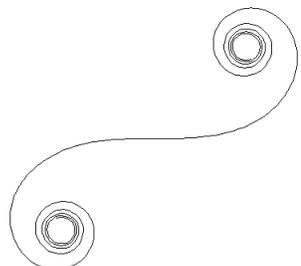


Figura 2 – Clotóide ou Espiral de Cornu

(<http://virtualmathmuseum.org/Curves/clothoid/clothoid.html>)

Inicialmente tratadas como objetos particulares - quando as curvas eram descritas uma a uma, através de seus específicos procedimentos de construção e de suas propriedades e aplicabilidades características - as curvas adquiriram o status de objeto matemático de pleno direito a partir dos trabalhos de Descartes, através dos quais elas passaram a ser vistas como lugares geométricos descritos por equações algébricas. Posteriormente, com o advento do cálculo infinitesimal e da geometria diferencial, esse processo atingiu seu pleno amadurecimento. É o ponto de vista da geometria diferencial aquele que interessou mais de perto esse projeto. Nesse contexto, uma curva é completamente caracterizada (localmente) por seus invariantes geométricos. No caso de curvas planas, apenas um invariante entra em jogo: a curvatura. A exploração deste conceito de curvatura foi um dos objetivos principais deste projeto. Essa exploração das curvas lançou mão de técnicas bastante clássicas, como por exemplo a do Referencial Móvel de Frenet. Mas não só de invariantes locais vive a geometria. O estudo da geometria global das curvas tem aspectos próprios de grande interesse. Nesse contexto, ganham destaque as propriedades topológicas das curvas, desempenhando um papel importante no estudo. Dentre alguns resultados dessa natureza, foi visto em detalhes o Teorema dos Quatro Vértices, um dos mais famosos teoremas globais sobre curvas planas. Este projeto de iniciação científica tomou como referência principal o livro *Geometria Diferencial das Curvas Planas*, de Hilário Alencar e Walcy Santos.



Figura 3 – Ilustração da lemniscata de Bernoulli

(<http://www.freewebs.com/mykal-laws/themeaningofshape.htm>)

## REFERÊNCIAS

- [1] ALENCAR, Hilário; SANTOS, Walcy. *Geometria Diferencial das Curvas Planas*. XII Escola de Geometria Diferencial, Goiânia, 2002.
- [2] CARMO, Manfredo Perdigão do. *Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies*. Textos Universitários, SBM, 2005.
- [3] EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Campinas, Unicamp, 2004.