Cálculo de Variações, Princípio de Mínima Ação e Geometrica Conforme.

Laura Kim.
(Roldão da Rocha - Orientador)

Nesse projeto é descrito um dos casos mais simples que ilustram a interrelação entre a mecânica e a geometria: a segunda Lei de Newton. O fato da segunda Lei de Newton possuir informações fundamentais e essenciais sobre a geometria do espaço é supreendente. As informações sobre a geometria do espaço, que a segunda Lei de Newton aparentemente oculta, começam a se revelar a partir da suposição de um observador sabe exatamente nos dizer onde uma partícula se encontra. O objetivo é mostrar que uma das diversas aplicações dos métodos geométricos a um conceito físico elementar e ao mesmo tempo profundo: a segunda lei de Newton. Mostrando como obter o princípio variacional de Maupertuis usando a segunda lei de Newton. A execução do Projeto foi dividida em três etapas principais: o estudo do princípio de Hamilton, as equações de Euler-Lagrange, a eliminação da variável temporal da segunda lei de Newton foi investigada, expressando-a como uma equação diferencial em termos do comprimento de arco associado à trajetória de uma partícula.

Ao investigar propriedades da geometria conforme do espaço juntamente com o movimento geodésico das trajetórias de partículas, unicamente utilizando a segunda lei de Newton. Mostramos que trajetórias de partículas sujeitas à segunda lei de Newton são geodésicas em uma geometria conformemente chata, definida a partir das componentes $g_{ij}=[E-V(x)]\delta_{ij}$ do tensor métrico. Tal abordagem é equivalente ao princípio variacional de Maupertuis. Além disso estabelecemos um princípio de dualidade entre a mecânica clássica e a geometria conforme, ao mostrar que o princípio variacional de Maupertuis é equivalente ao problema de se minimizar o comprimento de arco l da trajetória de uma partícula, na geometria conforme. Isso ilustra a utilização de métodos geométricos na mecânica clássica, e o inverso. Ao compreender o formalismo, torna-se mais simples o aprendizado da teoria.

A eliminação da variável temporal da equação de trajetória de uma partícula, mostra uma riqueza geométrica dessa formulação, pois somos capazes agora de introduzir uma nova geometria em cada ponto do espaço, para cada valor de energia. Isto implica que, além de a geometria conforme do espaço variar de ponto a ponto, em cada ponto ela também é dependente do valor da energia E. A Equação $W[a,b]= pdx$ descreve a quantidade que aparece na fase de aproximação de WKB. Isso não é uma coincidência, ao vermos que as trajetórias clássicas da mecânica quântica resultam fundamentalmente dos pontos de sela no formalismo da integral de trajetórias de Feynman, que podem ser localizados usando o cálculo de variações.

Mecânica Analítica, Princípio de Ação Mínima, segunda Lei de Newton.