

De modo mais geral, vale o seguinte resultado:

*Se um jogo disputado entre dois jogadores não admite empates e termina após  $n$  rodadas, então algum dos dois jogadores possui uma estratégia vencedora.*

De fato, suponha que os jogadores sejam Alice e Bernardo, e que Alice começa jogando.

A afirmação de que Bernardo possui uma estratégia vencedora significa que:

*qualquer que seja a jogada  $a_1$  de Alice na primeira rodada,*

*existe uma jogada  $b_1$  que Bernardo pode fazer como resposta tal que,*

*qualquer que seja a jogada  $a_2$  de Alice na segunda rodada,*

*existe uma jogada  $b_2$  que Bernardo pode fazer como resposta tal que,*

⋮

*qualquer que seja a jogada  $a_n$  de Alice na última rodada,*

*existe uma jogada  $b_n$  que Bernardo pode fazer como resposta tal que*

*Bernardo vence a partida  $(a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n)$ .*

Em notação matemática, isso pode ser escrito como

$$\forall a_1 \exists b_1 \forall a_2 \exists b_2 \dots \forall a_n \exists b_n \text{ (Bernardo vence a partida } (a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n))$$

Assim, a afirmação de que Bernardo NÃO possui estratégia vencedora é a negação da afirmação anterior. Em notação matemática, essa negação é

$$\exists a_1 \forall b_1 \exists a_2 \forall b_2 \dots \exists a_n \forall b_n \text{ (Bernardo não vence a partida } (a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n))$$

Como não há empates, isto é o mesmo que

$$\exists a_1 \forall b_1 \exists a_2 \forall b_2 \dots \exists a_n \forall b_n ( \text{Alice vence a partida } (a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n) )$$

Em linguagem usual, a afirmação acima significa que:

*existe uma jogada  $a_1$  de Alice na primeira rodada tal que,*  
*qualquer que seja a jogada  $b_1$  de Bernardo na primeira rodada,*  
*existe uma jogada  $a_2$  de Alice na segunda rodada tal que,*  
*qualquer que seja a jogada  $b_2$  de Bernardo na segunda rodada,*  
  
 $\vdots$   
  
*existe uma jogada  $a_n$  de Alice na última rodada tal que,*  
*qualquer que seja a jogada  $b_n$  de Bernardo na última rodada,*  
  
*Alice vence a partida  $(a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n)$ .*

Em outras palavras, Alice possui uma estratégia vencedora!

**CONCLUSÃO:** *Se Bernardo não possui uma estratégia vencedora, então Alice possui uma estratégia vencedora.*

Assim, algum dos dois necessariamente possui uma estratégia vencedora!