

De modo mais geral, vale o seguinte resultado:

Se um jogo disputado entre dois jogadores não admite empates e termina após n rodadas, então algum dos dois jogadores possui uma estratégia vencedora.

De fato, suponha que os jogadores sejam Alice e Bernardo, e que Alice começa jogando.

A afirmação de que Bernardo possui uma estratégia vencedora significa que:

qualquer que seja a jogada a_1 de Alice na primeira rodada,

existe uma jogada b_1 que Bernardo pode fazer como resposta tal que,

qualquer que seja a jogada a_2 de Alice na segunda rodada,

existe uma jogada b_2 que Bernardo pode fazer como resposta tal que,

\vdots

qualquer que seja a jogada a_n de Alice na última rodada,

existe uma jogada b_n que Bernardo pode fazer como resposta tal que

Bernardo vence a partida $(a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n)$.

Em notação matemática, isso pode ser escrito como

$\forall a_1 \exists b_1 \forall a_2 \exists b_2 \dots \forall a_n \exists b_n$ (Bernardo vence a partida $(a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n)$)

Assim, a afirmação de que Bernardo NÃO possui estratégia vencedora é a negação da afirmação anterior. Em notação matemática, essa negação é

$\exists a_1 \forall b_1 \exists a_2 \forall b_2 \dots \exists a_n \forall b_n$ (Bernardo não vence a partida $(a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n)$)

Como não há empates, isto é o mesmo que

$$\exists a_1 \forall b_1 \exists a_2 \forall b_2 \dots \exists a_n \forall b_n (\text{Alice vence a partida } (a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n))$$

Em linguagem usual, a afirmação acima significa que:

existe uma jogada a_1 de Alice na primeira rodada tal que,
qualquer que seja a jogada b_1 de Bernardo na primeira rodada,
existe uma jogada a_2 de Alice na segunda rodada tal que,
qualquer que seja a jogada b_2 de Bernardo na segunda rodada,

 \vdots

existe uma jogada a_n de Alice na última rodada tal que,
qualquer que seja a jogada b_n de Bernardo na última rodada,

Alice vence a partida $(a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_n, b_n)$.

Em outras palavras, Alice possui uma estratégia vencedora!

CONCLUSÃO: *Se Bernardo não possui uma estratégia vencedora, então Alice possui uma estratégia vencedora.*

Assim, algum dos dois necessariamente possui uma estratégia vencedora!