Uma Famosa Curva Plana: a Cardióide

da Silva, M.F.; Rodrigues, T.

CMCC/Universidade Federal do ABC

Consideremos duas circunferência $\mathcal{C}_1$ e $\mathcal{C}_2$ de mesmo raio $r > 0$ e tangentes num ponto T. Seja Q um ponto qualquer sobre $\mathcal{C}_2$. A famosa curva plana, chamada de cardióide, é usualmente definida como sendo a curva obtida pela trajetória de Q quando $\mathcal{C}_2$ rola, sem deslizar, sobre $\mathcal{C}_1$.

Neste trabalho, apresentamos uma outra construção para a cardióide: sejam $\mathcal{C}$ uma circunferência de centro O e raio $R > 0$, A um ponto fixo sobre $\mathcal{C}$ e P um ponto qualquer de $\mathcal{C}$. Fazemos P se mover sobre $\mathcal{C}$ e, para cada posição de P, seja A' o simétrico de A em relação à reta tangente a $\mathcal{C}$ em P. A cardióide é o lugar geométrico dos pontos A' assim obtidos.

Por meio desta construção, obtemos a seguinte parametrização para a cardióide:

$$\begin{cases} x(t) = 2R(1 - \cos t)\cos t \\ y(t) = 2R(1 - \cos t)\mathrm{sen}\, t, \end{cases}$$

Ou, em coordenadas polares, $r = 1 - \cos t$, com $0 \leq t \leq \pi/2$.

Também será discutida a geometria diferencial desta curva a partir de seu comprimento de arco e de sua função curvatura.

Palavras-chave: geometria diferencial, parametrização, curva plana.